

## Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Beaty Dmitruk  
pt.: „Równoległe i wektorowe algorytmy rozwiązywania trójdzielnych układów  
równań liniowych typu Toeplitza na współczesnych architekturach  
wieloprocessorowych”

*Podstawa opracowania: Uchwała Rady Naukowej Instytutu Informatyki UMCS, podpisana przez Pana dra hab. Jarosława Bylinę prof. UMCS z dnia 11 marca 2024 r.*

Dokumentację merytoryczną do sporządzenia recenzji stanowi egzemplarz rozprawy doktorskiej Pani mgr Beaty Dmitruk pt. „Równoległe i wektorowe algorytmy rozwiązywania trójdzielnych układów równań liniowych typu Toeplitza na współczesnych architekturach wieloprocessorowych”.

Promotorem rozprawy jest dr hab. Przemysław Stpiczyński, prof. UMCS.

### 1. Uwagi ogólne o doborze tematu rozprawy

Recenzowana praca będąca przedmiotem rozprawy dotyczy problematyki doboru efektywnych i dokładnych algorytmów numerycznych rozwiązywania trójdzielnych układów równań liniowych typu Toeplitza, których implementacje numeryczne umożliwiają wykorzystanie potencjału obliczeniowego współczesnych systemów wieloprocessorowych.

Tematyka rozprawy doktorskiej mgr Beaty Dmitruk koncentruje się na zagadnieniach opracowania wydajnych algorytmów numerycznych i ich optymalizacji przy użyciu mechanizmów wektoryzacji i współbieżności dostępnych w obecnych architekturach wieloprocessorowych. Doktorantka postanowiła w tym celu:

- opracować algorytmy pozwalające na implementacje, które będą wykorzystywały własności architektur dzisiejszych systemów komputerowych,
- zaimplementować ww. algorytmy z wykorzystaniem narzędzi wspierających wektoryzację i obliczenia równoległe oraz migracje pomiędzy architekturami,
- zaproponować nową reprezentację danych (macierzy, wektorów) pozwalających na lepszy dostęp do pamięci i zredukowanie liczby niezbędnych synchronizacji,
- zaproponować zwiększenie dokładności obliczeń poprzez wykorzystanie algorytmów sumowania z poprawkami,



- przeanalizować obliczenia dla różnych formatów reprezentujących liczby zmiennopozycyjne (pojedyncza, podwójna i mieszana precyzja),
- przeprowadzić testy, analizy wyników czasowych, dokładności, doboru parametrów oraz podjęła próby automatyzacji doboru tych parametrów.

Realizując powyższe celem badawcze Doktorantka sformułowała tezę: **Zrównoleglenie i wektoryzacja pozwalają na znaczące przyspieszenie działania implementacji algorytmów numerycznych rozwiązujących układy równań o macierzach trójdzielnych typu Toeplitza na współczesnych procesorach, procesorach graficznych oraz architekturach hybrydowych.**

Uważam, że podjęty przez mgr Beatę Dmitruk problem badawczy w rozprawie jest w pełni uzasadniony i aktualny, a samo sformułowanie tematu rozprawy za właściwe.

Rozprawa w całości składa się ze 128 stron w języku polskim, streszczenia w jęz. polskim i w jęz. angielskim, 6 numerowanych rozdziałów, podsumowania oraz bibliografii. Spis materiałów źródłowych zawiera 103 pozycje.

## **2. Analiza struktury rozprawy – podział treści na rozdziały**

Recenzowana rozprawa składa się z sześciu rozdziałów, wstępu oraz podsumowania będącego syntetycznym opisem wniosków płynących z pracy i określającym dalsze kierunki badań. Uważam, że ogólna struktura dysertacji jest poprawna i zgodna z koncepcją opisu i sposobem rozwiązania problemu badawczego. Zakres i cel pracy został jasno zarysowany na początku rozprawy, a układ i treść rozdziałów prowadzi do weryfikacji postawionej tezy i rozwiązania zadań badawczych.

Rozdział pierwszy pełni rolę wstępu do tematyki obliczeń równoległych, ukazując ich istotę i znaczenie w kontekście rozprawy. Dodatkowo, w tej części pracy omawiane są narzędzia programistyczne używane do stworzenia programów prezentowanych w niniejszej rozprawie, co pozwala lepiej zrozumieć proces ich tworzenia i implementacji. Opisane są także architektury, na których przeprowadzono eksperymenty, stanowiące integralną część pracy. Na zakończenie rozdziału przedstawione są metody analizy wydajności przedstawionych implementacji, co pozwala na obiektywną ocenę ich skuteczności i możliwości optymalizacji.

Rozdział drugi skupia się na zagadnieniach związanych z układami równań liniowych, w szczególności poświęca uwagę układom z macierzą współczynników trójdzielną typu Toeplitza. Autorka wprowadza czytelnika w omawianą problematykę, prezentując zarówno teoretyczne podstawy, jak i praktyczne zastosowania tych układów. Ponadto, omawiane są znane algorytmy służące do rozwiązywania tego typu układów,



a także ich rozwinięcia oraz alternatywne podejścia, jakie można spotkać w literaturze. Nie brak również analizy istniejącego oprogramowania umożliwiającego skuteczne rozwiązywanie specyficznych układów równań liniowych. Ten rozdział stanowi więc nie tylko wstęp do problematyki układów równań liniowych, lecz także dogłębne rozwinięcie tej tematyki, zapewniając czytelnikowi kompleksowy obraz zarówno teoretyczny, jak i praktyczny.

**Rozdział trzeci** wnikliwie analizuje zagadnienia związane z trójdziagonalnymi układami równań liniowych typu Toeplitza o postaci  $(1, t_2, t_3)$ . Doktorantka prezentuje dwie zaawansowane wersje równoległego „solwera”, oparte na strategii „dziel i zwyciężaj” (ang. divide and conquer), bazującej na uznanych algorytmach rozwiązywania wspomnianych układów. Szczegółowo omawia, jak zminimalizować liczbę niezbędnych synchronizacji oraz jak równoważyć dane, aby optymalnie wykorzystać pamięć podręczną, co przekłada się na znaczące przyspieszenie działania implementacji. Autorka podkreśla również, że zaprezentowane rozwiązania nie tylko efektywnie wykorzystują architektury wielordzeniowe, lecz także charakteryzują się wyższą energooszczędnością w porównaniu do prostych implementacji sekwencyjnych. Całość prezentacji dostarcza dogłębnej wiedzy na temat zaawansowanych technik optymalizacyjnych w kontekście rozwiązywania trudnych problemów związanych z równaniami liniowymi typu Toeplitza, stanowiąc wartościowy wkład w badania z tej dziedziny.

**Rozdział czwarty** kontynuuje analizę trójdziagonalnych układów równań liniowych typu Toeplitza, jednak badane są one w postaci  $(t_1, t_2, t_3)$ . Przedstawione zostają dwie implementacje algorytmów - pierwsza opiera się na metodzie Wanga, a druga na sekwencyjnym algorytmie zaprezentowanym przez Liu. W prezentowanych implementacjach skupiono się na zapewnieniu przenośności, umożliwiając ich wykonywanie zarówno na procesorach CPU, jak i GPU. Dodatkowo, zaawansowane warianty mogą być wykonywane na wielu jednostkach GPU lub na hybrydowych architekturach obliczeniowych. Poza standardowym kolumnowym formatem danych, omówiono również formaty wierszowe oraz skuteczną zamianę pomiędzy nimi z wykorzystaniem pamięci podręcznej. Przedstawiono również implementacje, w których obliczenia są realizowane w bloku pamięci podręcznej bez potrzeby zamiany całej tablicy danych. Rozważono również strategie predykcji parametrów algorytmu. Przeprowadzone eksperymenty wykazały zarówno wysoką wydajność, jak i dokładność zaproponowanych rozwiązań, potwierdzając ich skuteczność w praktyce.

**Rozdział piąty** stanowi istotną część niniejszej pracy doktorskiej, gdzie szczególny nacisk kładzie się na rozwój technik efektywnego sumowania. Wprowadzenie do problematyki sumowania z poprawkami stanowi kluczowy element tego rozdziału, który pozwala



czytelnikowi zrozumieć kontekst i znaczenie zastosowanych technik. W ramach tego rozdziału dokonano dogłębnej analizy dwóch powszechnie stosowanych algorytmów: metody Kahana oraz algorytmu Gilla-Møllera. Zarówno metoda Kahana, opierająca się na korekcie błędów numerycznych przy sumowaniu dużych ciągów danych, jak i algorytm Gilla-Møllera, który uwzględnia różnice w rzędach wartości liczbowych, są kluczowe dla osiągnięcia wysokiej dokładności w sumowaniu.

Ponadto, omawiana jest także strategia wektoryzacji i zrównoleglenia operacji sumowania przy wykorzystaniu funkcji wbudowanych oraz technologii OpenMP. Wektorowe i zrównoległone podejście do sumowania jest niezwykle istotne ze względu na potencjalne przyspieszenie operacji oraz efektywniejsze wykorzystanie zasobów sprzętowych, szczególnie w przypadku dużych zbiorów danych oraz w aplikacjach wykorzystujących uczenie maszynowe.

Przedstawione w rozdziale wyniki eksperymentów są rezultatem analizy działania proponowanych technik w kontekście różnych precyzji arytmetycznych - pojedynczej, podwójnej oraz mieszanej. Wyniki te wyraźnie wskazują na przewagę zaproponowanych implementacji w kontekście osiąganego dokładności w porównaniu z tradycyjnymi metodami iteracyjnego sumowania. Co równie istotne, czas działania tych nowych technik jest porównywalny z czasem działania tradycyjnych algorytmów, co świadczy o ich praktycznej przydatności i efektywności w różnych zastosowaniach praktycznych.

**Rozdział szósty** stanowi zakończenie i podsumowanie niniejszej rozprawy. Skupia się on na prezentacji efektów wykorzystania technik sumowania z poprawkami w znanych algorytmach numerycznych. Pierwszym przykładem jest analiza całkowania numerycznego, gdzie wybrano kilka powszechnie stosowanych metod całkowania i zbadano ich dokładność po zastosowaniu sumowania z poprawkami przy wykorzystaniu algorytmów Kahana oraz Gilla-Møllera. Badania te pozwalają na ocenę wpływu tych technik na osiąganą dokładność w przypadku różnych metod numerycznego całkowania. Drugim przykładem, przedstawionym w tym rozdziale, jest analiza zagadnienia warunków brzegowych równań różniczkowych. Proces rozwiązywania szczególnego układu równań liniowych wzbogacony został o zastosowanie algorytmu Kahana, co ma na celu poprawę precyzji wyników. Dla tego przykładu przeprowadzono kompleksową analizę wyników, uwzględniając zarówno dokładność osiągniętych rozwiązań, jak i czas trwania programów wykorzystujących te metody.

W obu przypadkach, badania eksperymentalne miały na celu zbadanie skuteczności i przydatności technik sumowania z poprawkami w praktycznych zastosowaniach numerycznych. Analiza dokładności oraz czasu trwania programów po zastosowaniu tych technik pozwoliła na wnioskowanie o ich efektywności i użyteczności w kontekście



rzeczywistych problemów numerycznych. Podsumowanie wyników eksperymentów w tym rozdziale stanowi zakończenie pracy, podkreślając znaczenie oraz potencjał proponowanych technik sumowania z poprawkami w różnych dziedzinach nauki i technologii.

W podsumowaniu znalazły się konkluzje płynące z niniejszej rozprawy oraz kierunki dalszych badań.

Należy dodać, że wszystkie implementacje przedstawionych w rozprawie wyników, oraz kody umożliwiające ich replikacje są ogólnodostępne i można je znaleźć w publicznym repozytorium pod adresem <https://github.com/beatadmitruk/doktorat> kody.

### 3. Ocena merytoryczna rozprawy

Postawiona w rozprawie przez Doktorantkę teza tylko z pozoru wydaje się oczywista i banalna, nie zawsze bowiem zrównoleglenie i wektoryzacja algorytmu są gwarancją osiągnięcia lepszych wyników. W podejściu takim zawsze należy uwzględnić aspekty związane ze sprzętową implementacją konkretnej architektury i pewnych ograniczeń i zależności sprzętowych, które dana microarchitektura narzuca. W swoich badaniach Pani mgr Beata Dmitruk uwzględniła tę zależność, dzięki czemu mamy rzeczywisty obraz zaproponowanych modyfikacji. Właśnie ten użyteczny charakter rozprawy, jest bardzo ważny przy tego typu osiągnięciach i potwierdza ich praktyczne wykorzystanie.

Pani mgr Beata Dmitruk dokładnie i wnikliwie opisała przeprowadzone przez siebie badania oraz dokonała szerokiej prezentacji ich wyników. Podjęty w rozprawie problem jest ważny zarówno z naukowego, jak i inżynierskiego punktu widzenia.

Na podstawie przeprowadzonej analizy rozprawy uważam, iż mgr Beata Dmitruk porusza się swobodnie w badanej tematyce, wykazuje umiejętność samodzielnego zdefiniowania problemu naukowego i prowadzenia badań, interpretacji i uzasadnienia wyników. Zaprezentowane w rozprawie rozważania potwierdziły wysoką dojrzałość naukową Doktorantki.

Za najważniejsze osiągnięcia Autorki rozprawy uważam:

1. Zaproponowanie algorytmów wyznaczających rozwiązania układu równań liniowych z macierzą współczynników trójdzielnych typu Toeplitza wykorzystujących różne formaty danych dla CPU, GPU i rozwiązań hybrydowych;
2. Zaadoptowanie algorytmów sumowania z poprawkami w algorytmach całkowania numerycznego oraz w metodzie rozwiązywania szczególnego przykładu trójdzielnego układu równań liniowych typu Toeplitza;
3. Opracowanie metody poprawy dokładności wyników poprzez wykorzystanie sumowania z poprawkami wraz z wykorzystaniem precyzji mieszanej dla algorytmu Gilla-Møllera;



4. Wykorzystanie mechanizmów wektoryzacji i procesów zrównoleglenia obliczeń dla algorytmów Kahana i Gilla-Møllera;
5. Przeprowadzenie eksperymentów dotyczących czasu działania zaproponowanych algorytmów, jak i dokładności obliczeń w pojedynczej i podwójnej precyzji.

Wszystkie wymienione elementy rozprawy stanowią o dużej jej wartości merytorycznej.

Podsumowując ocenę merytoryczną dysertacji Pani mgr Beaty Dmitruk stwierdzam, że sposób opracowania materiału teoretycznego i empirycznego, a także forma przeprowadzonej analizy i przyjęta metodyka badań są dobre i właściwe dla tego rodzaju prac. Metodyka badań oraz otrzymane wnioski z badań teoretycznych i eksperymentalnych stanowią oryginalny wkład Autorki. Doktorantka wykazała się ogólną wiedzą teoretyczną, bardzo dobrą znajomością przedmiotu badań oraz opanowaniem metod eksperymentalnych i analitycznych stosowanych w dyscyplinie *Informatyka Techniczna i Telekomunikacja*.

#### 4. Uwagi szczegółowe

Analiza tekstu rozprawy rodzi kilka pytań szczegółowych, które nasunęły się w trakcie czytania. Odpowiedzi na pytania oczekuję podczas publicznej obrony:

1. W pracy, w celu oceny efektywności opracowanych algorytmów, wykorzystano tradycyjne metryki takie jak czas wykonania (ang. runtime) i przyspieszenie (ang. speedup). Niemniej jednak, brakuje w niej informacji odnośnie do kalibracji oraz procedury przygotowania pomiarów. W przypadku algorytmów równoległych, istotne jest uwzględnienie wszystkich aspektów przygotowawczych i ich integracja w proces analizy wydajności, a nie jedynie czasu wykonania poszczególnych podprogramów, funkcji czy prag. Czy mógłbym uzyskać bardziej szczegółowe informacje dotyczące procesu testowania?
2. Kolejne pytanie dotyczy modelu Roofline, który jest używanym obecnie narzędziem do analizy wydajności programów zmiennoprzecinkowych oraz architektur wielordzeniowych. Ten model wizualny umożliwia ocenę i walidację nowoczesnych systemów, co pozwala na doskonalenie równoległego oprogramowania oraz sprzętu przeznaczonego do obliczeń zmiennoprzecinkowych. Roofline model integruje wydajność zmiennoprzecinkową, intensywność operacyjną oraz wydajność pamięci, prezentując te parametry w formie dwuwymiarowego wykresu. Czy miała Pani okazję zapoznać się z modelem Roofline i rozważyła jego zastosowanie w kontekście swojej pracy?
3. W rozdziałach 5 i 6, gdzie omawiane jest sumowanie z poprawkami, pominięty został istotny aspekt dotyczący używanej metody zaokrągleń numerycznych. Recenzent zakłada, że jest to domyślna metoda stosowana w danej platformie sprzętowej, często determinowana przez język programowania. Jednak nawet w przypadku nowoczesnych GPU istnieje kilka funkcjonalnych wersji zaokrągleń do dyspozycji.



Nie wszystkie z nich są zgodne ze standardem IEEE-754, ale niektóre, takie jak Stochastic Rounding, oferują obiecującą redukcję błędów zaokrągleń. Czy rozważała Pani, jak zmiana sposobu reprezentacji liczb i metody zaokrągleń może wpłynąć na proces ich sumowania?

W przedstawionej pracy wraz z bardzo wysoką oceną pod względem zawartości merytorycznej idzie w parze wysoki poziom edytorski.

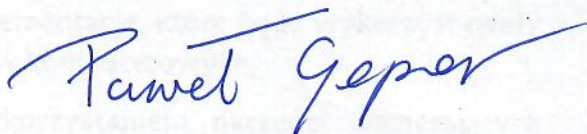
#### 5. Wniosek końcowy oceny rozprawy

Uważam, że przedstawiona do recenzji rozprawa, została wykonana na bardzo wysokim poziomie merytorycznym i z dużą dbałością o detale. Wyznaczone przez mgr Beatę Dmitruk cele rozprawy zostały osiągnięte i Doktorantka udzieliła przekonujących odpowiedzi na pytania badawcze i dowiodła prawdziwości postawionej tezy.

Dokonując oceny całości rozprawy, wyrażam opinię, iż stanowi ona oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, potwierdza zdolność do analitycznego spojrzenia na rozpatrywany problem, umiejętność samodzielnego prowadzenia badań naukowych oraz wskazuje na odpowiedni poziom wiedzy teoretycznej jej Autorki, jak i umiejętności praktyczne w dyscyplinie naukowej Informatyka Techniczna i Telekomunikacja, w której mieszczą się zagadnienia objęte rozprawą.

Reasumując, stwierdzam, że recenzowana rozprawa mgr Beaty Dmitruk pt. *„Równoległe i wektorowe algorytmy rozwiązywania trójdiagonalnych układów równań liniowych typu Toeplitza na współczesnych architekturach wieloprocesorowych”*, spełnia wymagania art. 13 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. „o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki” (Dz. U. 2003 Nr 65 poz.595, z późn. zm.) i Ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (dz. U. z 2020 r. poz. 85 z późn. zm.) oraz mieści się w dyscyplinie Informatyka Techniczna i Telekomunikacja.

Na tej podstawie stawiam zatem wniosek o dopuszczenie mgr Beaty Dmitruk do dalszych etapów przewodu doktorskiego, w tym do publicznej obrony.



/Paweł Gepner/