

Recenzja pracy doktorskiej pani mgr, inż. Magdaleny Jastrzębskiej

Charakteryzacje brzegowe zespolonych odwzorowań quasiregularnych koła jednostkowego na siebie

Recenzowana rozprawa doktorska składa się ze spisu treści, wstępu, czterech rozdziałów oraz bibliografii. Liczy 72 strony. Jest to praca obszerna, opisująca w sposób bardzo precyzyjny zarówno problem, który został w niej postawiony, jak i kolejne etapy prowadzące do jego rozwiązania. Stanowi harmonijną całość.

Głównym celem rozprawy jest dowód dwu ważnych twierdzeń o charakteryzacji brzegowej odwzorowań quasiregularnych koła jednostkowego w płaszczyznę zespoloną. W pracy twierdzenia te znajdują się w rozdziale czwartym i oznaczone są numerami 4.4 i 4.7. Przenoszą one rezultaty J. Krzyża z 1987 roku, o analogicznej charakteryzacji brzegowej, udowodnione przez niego w przypadku klasy odwzorowań quasikonforemnych koła jednostkowego na siebie. Nie jest to zwykłe przeniesienie. Rozważana klasa odwzorowań regularnych koła jednostkowego w płaszczyznę zespoloną jest istotnie szersza. Z natury rzeczy nie ma więc wielu własności, które umożliwiałyby proste uogólnienie. W szczególności, nie ma tu do dyspozycji twierdzenia Mori'ego o homeomorficznym rozszerzeniu odwzorowań quasikonforemnych na brzeg, które stanowiło u J. Krzyża podstawę dowodu charakteryzacji brzegowej tych odwzorowań. Mimo to, Autorka uzyskała interesujące rozwiązanie problemu. Już sama konstrukcja naturalnych warunków wystarczających na istnienie sensownego rozszerzenia stanowi ważne osiągnięcie ze względu na swoją naturalność. Autorka otrzymuje tu omawianą charakteryzację przy założeniu, że $|f(0)| \neq 1$ i $CS(f) \subset \mathbb{T}$, gdzie $CS(f)$ jest zbiorem wszystkich punktów skupienia funkcji f na brzegu $\mathbb{T}$. Przyjęte założenia pozwalają zarówno na przeprowadzenie trudnego dowodu istnienia rozszerzenia, jak również umożliwiają wyprowadzenie postaci tego rozszerzenia, wzór (4.5). Uważam to za bardzo ważne osiągnięcie tej rozprawy. Z kolei uzyskany w twierdzeniu 4.4 kształt rozszerzenia okazał się na tyle naturalny, że pozwolił na sformułowanie i dowód twierdzenia w pewnym sensie odwrotnego (Twierdzenie 4.7) orzekającego, że dla dowolnego obłożenia brzegowego będącego homeomorfizmem quasisymetrycznym, istnieje odwzorowanie quasiregularne, którego rozszerzenie realizuje dane obłożenie. Zwieńczeniem obu twierdzeń jest wniosek 4.9 dający pełną charakteryzację odwzorowań quasiregularnych koła jednostkowego na siebie.

Dowód głównych tez pracy wymagał pójścia inną drogą niż tą, wybraną przez J. Krzyża. Wymagał więc od Autorki przygotowania odpowiednich narzędzi badawczych i wielu pomysłów konstrukcji. Zawarte są one głównie w rozdziale trzecim, w szczególności w postaci uogólnienia twierdzenia Fatou (Lemat 3.11) oraz udowodnienia quasiregularnego odpowiednika lematu Fatou dla skończonych iloczynów Blaschke'go (Twierdzenie 3.12).

Praca jest perfekcyjnie zredagowana i bardzo dobrze się ją czyta. Podoba mi się układ materiału, który stanowi jasny, logiczny i kompletny ciąg wnioskowań i faktów prowadzących do dowodu głównych wyników pracy. Obszerna bibliografia, zawierająca 36 pozycji, daje znakomity przegląd literatury dotyczącej rozważanych zagadnień.

Część wyników z rozdziału drugiego pracy została opublikowana w pracy wspólnej z Promotorem [13]. Wyniki z drugiej części pracy, w szczególności te z rozdziału trzeciego oraz główne wyniki pracy z rozdziału czwartego, uważam za wystarczająco głębokie, nowatorskie i ważne, by opublikować je w poważnym czasopiśmie o zasięgu międzynarodowym.

Uważam, że przedstawiona rozprawa doktorska pani Magdaleny Jastrzębskiej spełnia z należytą zwyczajową i ustawową wymagania dotyczące rozpraw doktorskich, w szczególności warunki określone w art. 13 ust. 1 ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z dnia 14 marca 2003 roku.

Wnioskuje zatem o dopuszczenie jej Autorki do dalszych etapów przewodu doktorskiego oraz uznanie rozprawy jako wyróżniającej.