

Mirosław Lachowicz, prof. dr hab.
Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski
ul. Banacha 2, 02-097 Warszawa

Zbąszyń, 15 września 2022

RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Rozprawa doktorska „**Markov dynamics on spaces of infinite configurations with marks**”, napisana przez panią mgr **Dominikę Jasińską**, pod kierunkiem profesora **Jerzego Kozickiego**, składa się z wprowadzenia i czterech rozdziałów (2–5) — razem 76 stron, bibliografia zawiera 34 pozycje.

Rozprawa bazuje na 3 opublikowanych pracach

1. D. Jasińska, A spatial individual-based contact model with age structure, *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Sectio A-Mathematica*, 71(1), (2017) 41.
2. D. Jasińska, J. Kozicki, Dynamics of an infinite age-structured particle system, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2021, IF 3,007 w 2021.
3. D. Jasińska, J. Kozicki, A Markov process for an infinite age-structured population, *Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics* 19, (2022) 467–492, IF 0,732 w 2022.

Wyniki rozprawy są kontynuacją badań matematycznych Promotora i bazuje na formalizmie opracowanym w jego pracach. Rozpatrywane zagadnienie matematyczne dotyczy opisu dużych zbiorów podstawowych obiektów, których zmiany czasowe opisywane są stochastycznie za pomocą odpowiednich równań Kołmogorowa. Autorka uwzględnia wiek owych obiektów, w sensie długości odcinka czasu od pojawienia się danego obiektu w populacji: główną nowością matematyczną pracy jest uwzględnienie struktury wieku. Istotną trudnością rozpatrywanych struktur matematycznych jest to, że odnoszą się do nieskończonej liczby obiektów, co powoduje, że analiza staje się trudna i

zaawansowana. Jest to nowoczesna matematyka łącząca analizę funkcjonalną, teorię pólgrup i probabilistykę. Wymaga dużej i rozległej wiedzy, pomysłowości i ogólnej kultury matematycznej.

Brakuje mi w rozprawie określonej dokładnie motywacji matematycznej i aplikacyjnej.

Rozdział 1 ma charakter wstępny, w tym zawiera sformułowanie problemu. Autorka dokonuje przeglądu istniejących równań będących modelami matematycznymi w sytuacji ze strukturą wieku, odnosi się też (krótko) do prac dotyczących rozwoju pandemii Covid-19.

Rozdział 2 zawiera podstawy matematyczne – w tym formalizm opracowany we wcześniejszych podejściach. Są tu sformułowane 3 stwierdzenia (Propositions) z odesłaniem do literatury. Niestety skomplikowany formalizm potraktowany jest bardzo skrótowo i znaczenia niektórych symboli należy się domyślić, co bardzo utrudnia lekturę.

Rozdział 3 odnosi się do ogólnego równania ewolucyjnego (3.1) z odpowiednim operatorem Kołmogorowa określającym zmiany wieku, pojawianie się obiektów (urodziny) i znikanie (śmierć) podstawowych obiektów populacji. W tym rozdziale formułuje się jeden lemat i jedno stwierdzenie. Zakłada się, że populacja „żyje” w $\mathbb{R}^d$. Wyprowadza się równania dla funkcji korelacji prowadzące do równania kinetycznego. Głównym wynikiem tego rozdziału jest stwierdzenie 3.2.1 z zaawansowanym technicznie długim (powyżej 2 stron) dowodem. Następnie otrzymuje się odpowiednie rozwiązania. Dziwią mnie nic nie mówiące tytuły paragrafów, w rodzaju 3.3 *The result*. Uwaga ta dotyczy całej rozprawy.

Można tu odnaleźć metody z podobnych podejść z przeszłości, ale sytuacja matematyczna jest nowa — zatem rozważania są oryginalne.

W **rozdziale 4** rozpatruje się prostszy model, w którym obiekty pojawiają się i znikają niezależnie od siebie. Analiza w dalszym ciągu dotyczy $\mathbb{R}^d$. Sformułowane są dwa stwierdzenia i jedno twierdzenie. Głównym wynikiem jest twierdzenie 4.2.2 mówiące o tym, że odpowiednie równanie (2.3) ma globalne rozwiązanie. Dodatkowo znajduje się rozwiązania stacjonarne. Dowód to 3 strony technicznych rozważań matematycznych pokazujących zdolność i kulturę matematyczną Autorki.

Najdłuższą i najbardziej matematycznie zaawansowaną częścią rozprawy jest **rozdział 5**, w którym rozpatruje się układ obiektów w lokalnie zwartej przestrzeni polskiej. Wtedy załamują się metody bazujące na funkcjach korelacji. W rezultacie metody matematyczne stają się bardziej zaawansowane, subtelne i nowatorskie. Jest to zdecydowanie nowoczesna oryginalna

matematyka. Stosuje się metody martyngałowe. Zagadnienie martyngałowe ma jednoznaczne rozwiązanie skonstruowane w sposób jawny. Pokazana jest własność ergodyczności dla współczynnika odchodzenia (śmierci) jest oddzielona od 0. Formuluje się cztery lematy (w tym lemat 5.4.5 ze 3-stronicowym dowodem), 11 stwierdzeń (5.1.7 z 2-stronicowym, 5.3.2 z 5-stronicowym dowodem) oraz dwa twierdzenia. Głównym wynikiem jest twierdzenie 5.4.4. W rozdziale tym przydałaby się dokładniejsza interpretacja i jawne uzasadnienie tego kierunku badań.

Pracę kończy dodatek związany z dowodem własności (nierówności trójkąta) z rozdziału 5.

Uważam, że jest to bardzo ciekawa, oryginalna rozprawa. Autorka wykazała się ogólną głęboką wiedzą teoretyczną i była w stanie twórczo zastosować zaawansowane i nowoczesne techniki matematyczne.

Konkluzja:

Uważam, że rozprawa ta spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim określone w art. 13 ust.1 ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z dnia 14 marca 2003 r.: stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego oraz wykazuje ogólną wiedzę teoretyczną kandydatki w danej dyscyplinie naukowej. Stawiam wniosek o dopuszczenie mgr Dominikę Jasińską do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

