



Prof. dr hab. Bogdan Bułka
Instytut Fizyki Molekularnej PAN

ul. Mariana Smoluchowskiego 17, 60-179 Poznań

E-mail: bulka@ifmpan.poznan.pl; tel. 61 8695-152

Recenzja rozprawy doktorskiej

mgra inż. Bartłomieja Barana

pt. *Dynamical properties of superconducting nanostructures*

Rozprawa doktorska Pana mgra inż. Bartłomieja Barana została wykonana pod kierunkiem prof. dra hab. Tadeusza Domańskiego w Katedrze Fizyki Teoretycznej na Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie. Rozprawę napisano po angielsku, poprawnie i w sposób przejrzysty. Praca liczy 161 stron, podzielono ją na 7 rozdziałów, z dodatkiem omawiającym metodykę badań, ze spisem literatury oraz spisem opublikowanych prac. Dwa pierwsze rozdziały stanowią wprowadzenie, wraz z motywacją badań, kolejne trzy rozdziały prezentują główne wyniki badań Doktoranta, a ostatnie rozdziały pracy są pomocnicze.

Moją recenzję rozpoczynam od oceny wartości naukowej rozprawy, która koncentruje się na studiach dynamiki elektronów i par Coopera w układzie z jedną kropką kwantową oraz dwoma kropkami kwantowymi połączonymi z metaliczną elektrodą i z nadprzewodnikiem. Takie hybrydowe układy elektroniczne są bardzo obiecujące dla technologii komputerów kwantowych, na świecie prowadzone są intensywnie badania nadprzewodnikowych qubitów. Rozprawa doktorska ma charakter teoretyczny i podejmuje zagadnienia fundamentalne dla działania takich układów elektronicznych, bada prawa fizyki, procesy związane z przepływem prądu. W każdym rozdziale Doktorant nawiązuje do badań eksperymentalnych prowadzonych nad wybranymi układami, i tym samym sugeruje weryfikację eksperymentalną swoich teoretycznych wyników.

W rozdziale 3 pt. “*Dynamics of Andreev states in single quantum dot system*” rozważany jest prosty układ z jedną kropką kwantową pomiędzy elektrodą metaliczną a nadprzewodnikiem (N-QD-S). Zakłada się, że elektrony na kropce kwantowej są silnie sprzężone z nadprzewodnikiem (jako rezerwuarem par Coopera) i występuje efekt bliskości (ang. *proximity effect*). W wyniku koherentnego splątania stanów kropki i stanów nadprzewodnika powstają stany związane na kropce zwane stanami Andreeva (w literaturze znane także jako stany Yu-Shiba-Rusinova). Doktorant analizował czasową ewolucję, dynamikę w takim układzie. Analizowany model jest podobny do qubit Andreeva w układzie

nadprzewodnik-izolator-nadprzewodnik (S-I-S), zaproponowanego w pracach [29-31]. Zasadnicza różnica rozważanego w rozprawie układu N-QD-S jest elektroda metaliczna, która wprowadza dodatkowe procesy dyssypacyjne dla stanów qubitowych oraz po przyłożeniu napięcia przepływ prądu (powodując upływność poza stany qubitowe). Rozdział ten koncentruje się na prądach transientowych: do elektrody metalicznej oraz nadprzewodzącej dla różnych warunków początkowych: przy gwałtownym połączeniu kropki z elektrodami lub zmiany napięcia. **Orginalny i najważniejszy rezultat to pokazanie formowania się stanów Andreeva** po gwałtownym podłączeniu kropki do obu elektrod. Efekt ten jest widoczny w czasowej zależności parametru porządku, w Rabi oscylacjach prądów (przedstawione na Rys. 3.3), a także w przewodności (na Rys.3.4). Rozszerzona analiza stanów Andreeva prowadzona jest w rozdz. 3.7 przy uwzględnieniu lokalnego oddziaływania Coulomba i korelacji elektronowych. Studia te wykorzystują efektywny hamiltonian (3.7) dla kropki kwantowej, przy uwzględnieniu efektu bliskości nadprzewodnika (ang. *superconducting atomic limit*) i ograniczając się do wzbudzenia wewnątrz przerwy (przyjmuje się, że przerwa $\Delta \rightarrow \infty$). Jest to ważny krok, który umożliwia ściśle rozwiązanie, wyznaczenie przestrzeni stanów dubletowych i singletowych, które określają dynamikę qubitów.

I tutaj mam problem z oceną otrzymanych wyników, bo rozprawa nie została napisana z należytą starannością. W dodatku A.1 nie opisano w sposób przejrzysty metody obliczania czasowej ewolucji stanów układu, w tym rezultatów przedstawionych na Rys. 3.3. Nie jest jasne jak potraktowano połączenie z nadprzewodnikiem; nie wiem czy wzór (A.1) otrzymano z hamiltonianu (3.1), a może korzystano ze ścisłych rozwiązań dla efektywnego hamiltonianu (3.7)? Wykres zależności $n_{\uparrow}(t)$ pokazuje monotoniczny spadek ze stanu (1,0) do wartości równowagowej, co sugeruje, że w układzie występuje relaksacja spinowa. Jakie jest pochodzenie takiego procesu, jakie człony w równaniach ruchu (Dodatek A.1) to opisują? Ewolucja $n_{\uparrow}(t)$ ze stanu (0,0) pokazuje oscylacje Rabiego, bo tworzy się stan związany Andreeva. Jak widać jego czas relaksacji jest identyczny jak dla stanów dubletowych. Dlaczego? Wskazane byłoby również podanie w jakich jednostkach jest oś czasu na tym rysunku (i wielu innych).

Kolejny problem to wiarygodność przybliżenia Hartree-Focka (HF) do analizy transportu elektronowego w nanostrukturach, które jak wiadomo nie opisuje efektu blokady kulombowskiej w transporcie przez kropkę kwantową. W rozprawie brakuje komentarza o własnościach tej metody, o jej wiarygodności. Jak można badać kwantowe przejście fazowe, między dubletem a singletem w rozdz. 3.7, poprzez metodę HF? A może wykorzystano ściśle rozwiązanie dla efektywnego hamiltonianu (3.7)? Jeśli tak, to powinien znaleźć się w dodatku opis takich obliczeń czasowej ewolucji wielkości charakterystycznych dla qubitów, m.in. tych prezentowanych na Rys. 3.11.

Rozdział 4 “*Periodically driven quantum dot*” przedstawia badania teoretyczne dla układu N-QD-S kiedy przyłożono oscylujący potencjał do kropki kwantowej. Badania takie są ciekawe, bo opisują wpływ fotonów na przepływ prądu elektronowego przez nanostruktury (ang. *photon-assisted transport – PAT*), dziedzinę nanofizyki ważną ze względu na ogromnym potencjał technologiczny i cieszącą się dużym zainteresowaniem naukowców. **Badania Doktoranta są bardzo oryginalne, pokazują rolę fotonów w formowaniu struktury poziomów elektronowych układu, stanów Andreeva i tunelowania par Coopera.** Badania opierają się na teorii Floquet’a, którą przejrzyście i szczegółowo opisano w rozprawie. W przypadku kropki kwantowej połączonej do normalnych elektrod (N-QD-N) teoria daje szereg poziomów harmoniczych równo rozmieszczonych: $\varepsilon_d + n\omega$ (względem poziomu kropki ε_d) i o zmiennej intensywności. Dla układu N-QD-S indukowana struktura energetyczna jest zupełnie inna, bo każdy stan Andreeva ulega rozszczepieniu i jest modulowany w zależności od częstości ω i amplitudy A (Rys. 4.4 i 4.6), modyfikowany jest również lokalny parametr porządku (Rys. 4.5). Dla dużej amplitudy oscylacji potencjału kropki kwantowej, większej niż przerwa energetyczna nadprzewodnika, niekoherentne procesy niszczą tę strukturę energetyczną. Poznanie struktury energetycznej jest podstawą do każdego typu dalszych badań własności elektronicznych takich układów i dlatego **ten rozdział oceniam bardzo wysoko.**

W kolejnym rozdziale, 5. “*Dynamics of Andreev states in double quantum dot system*”, Doktorant opisuje studia tych samych problemów co poprzednio dla układu z dwoma kropkami kwantowymi (N-DQD-S). Taki qubit jest ciekawy bo mamy wiele stanów o różnych liczbach kwantowych (o różnych spinach i różnych ładunkowo), których czasowa ewolucja może być odmienna i z różnymi czasami relaksacji. Interesujący jest też problem bliskości nadprzewodnika i wpływ na formowanie się stanów Andreeva, tworzenie się lokalnych par Coopera (na jednej kropce i między kropkami). Układ jest dość złożony i wymaga dużej staranności przy jego analizie. Właściwym podejściem jest konstrukcja efektywnego hamiltonianu dla qubita (odłączonego do N-elektrody), bo taki układ można rozwiązać ściśle, znajdując stany elektronowe (obliczając poziomy energetyczne i ich wektory własne) dla różnych liczb kwantowych (różnego ładunku i spinu oraz lokalnych par Coopera). Ponieważ nie ma w tym przypadku dyssypacji, to czasowa ewolucja układu odbywa się w podprzestrzeni stanów o określonej liczbie kwantowej. Rozprawa bada uproszczony model N-DQD-S, dla nieskorelowanych elektronów, pomija lokalne oddziaływania Coulomba (na kropce i między kropkami) oraz oddziaływania wymienne. Otrzymane w Tabeli 5.1 stany qubitowe nie zostały rozseparowane ze względu na liczby kwantowe. Przeprowadzona analiza ewolucji zaburzonego układu jest dla mieszanych stanów qubitu, i dlatego bardzo trudno jest wyodrębnić charakterystyczną dynamikę dla stanów o określonej liczbie kwantowej. Badania Doktoranta pokazują dudnienia prądów transientowych, co jest związane z wielopoziomową strukturą układu, z transportem przez różne stany qubitowe. Analiza czasowej ewolucji nie

pokazuje jednak efektu blokady Andreeva (efektu odkrytego eksperymentalnie w 2021 roku i opisanego w Ref. [64]), bo w rozprawie nie zostały rozróżnione trypletowe i singletowe parowanie elektronów.

W rozdziale 5 także analizowany jest wpływ oscylującego potencjału przyłożonego do obu kropek kwantowych. Metodyka tego rozdziału opiera się na numerycznych obliczeniach równań ruchu. Jest to odmienna metoda od teorii Floquet'a wykorzystanej w rozdz. 4 do wyznaczenia struktury energetycznej. Tutaj analizowane są prądy i przewodność (uśredniona po okresie oscylacji). **Ciekawym wynikiem jest zależność prądów transientowych od amplitudy A oscylacji potencjału** (Rys.5.13a). Dla małej amplitudy ($A < 3$) oscylacje prądu zanikają eksponencjalnie, ale dla $A > 3$ - prądy oscylują w całym zakresie czasu ($t \rightarrow \infty$). Należałoby zadać pytanie: dlaczego tak jest? Czy jest to związane z rezonansowym procesem, z absorpcją fotonu przez układ? A może jest to artefakt metody, związany z niestabilnością rozwiązania równań różniczkowych? Badano również przewodność, którą przedstawiono na Rys. 5.1, jako mapy w funkcji różnicy potencjałów i częstości oscylacji potencjału kropek, a na Rys. 5.16 w zależności od amplitudy. Zapewne te wyniki można wykorzystać do analizy pomiarów transportu elektronowego w realnych układach.

Stwierdzenie na str.101 „*In our N-DQD-S heterostructure, we observe that the harmonic peaks are weighted by the squared Bessel function $J_0^2(2A/\omega)$* ” jest niezrozumiałe. Po pierwsze, czy metoda równań ruchu korzysta z funkcji Bessela? Nie. Po drugie, w rozdz. 4 analizowany jest układ N-QD-S, gdzie wykorzystuje się funkcje $J_0(A/\omega)$. Uważam, że dodanie drugiej kropki kwantowej nie doprowadzi do tak drastycznej zmiany struktury matematycznej problemu. Po trzecie, funkcja $J_0(2A/\omega)$ pojawia się w rozwiązaniach przepływu prądów Josephsona (w złączu S-I-S), gdzie jest odmienna fizyka, bo nie ma tam prądów jednoelektronowych z metalicznej elektrody.

Jeszcze o redakcji rozprawy. Rozdz. 1 Motivation, dobrze przedstawia argumenty za podjęciem tej tematyki badań, trafnie wykorzystano literaturę. Doktorant pokazuje tym samym swoją ogólną wiedzę w dyscyplinie, co jest ważkim elementem w ocenie rozprawy.

Rozdz. 2 Introduction to superconductivity, omawia dość obszernie: 2.1 Electron bound states of bulk materials, oraz 2.2 Bardeen-Cooper-Schrieffer theory. Niemniej autor nie wykazał należytej staranności edytorskiej. Na przykład: nie opisano wielkości $V_{kk',\sigma\sigma',q}$ we wzorze (2.18), która charakteryzuje oddziaływanie elektron-elektron; i tym samym nie opisano jak fonony prowadzą do efektywnego przyciągania elektronów i tworzenia par Coopera. Podrozdział 2.3 The proximity effect and Andreev reflection jest ważny, bo wprowadza do problematyki rozprawy doktorskiej. Omówione zostało złącze metal-nadprzewodnik (N-S), następnie złącze Josephsona (S-N-S) i z kropką kwantową S-QD-N, a także bardziej złożoną heterostrukturę o geometrii T, gdzie kropka kwantowa jest połączona do dwóch metalicznych elektrod i centralnej elektrody nadprzewodzącej.

W rozprawie wiele miejsca poświęcono badaniom teoretycznym prądów transientowych, w rozdz. 3 i w rozdz. 5. Brakuje mi jednak opisu (na przykład w części wstępnej) jak można zmierzyć czasową ewolucję prądów transientowych, a potem propozycji eksperymentalnej weryfikacji teorii.

Warto dodać, że mgr inż. Bartłomiej Barana opublikował, we współpracy z kolegami z Lublina i z Poznania, 5 prac naukowych w czasopismach o najwyższej światowej renomie, w tym 3 prace w Physical Review B, 1 w Scientific Reports oraz 1 w Acta Physica Polonica A. W 3 publikacjach jest On pierwszym autorem, co oceniam bardzo wysoko.

Podsumowując, przedmiotem rozprawy doktorskiej mgra inż. Bartłomieja Barana jest oryginalne rozwiązanie problemu naukowego w nowoczesnej dziedzinie badań transportu elektronowego w nanoukładach. Przedstawiłem także kilka uwag polemicznych. Oczekuję, że w trakcie obrony przeprowadzimy dyskusję naukową o tych zagadnieniach. Stwierdzam, że przedłożona rozprawa doktorska spełnia wszystkie zwyczajowe i ustawowe wymagania (Art.187 ust.1 i 2 ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym z dnia 20 lipca 2018 r.) . Wnioskuje o dopuszczenie Pana mgra inż. Bartłomieja Barana do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

B. Bułka

Poznań, dnia 22 sierpnia 2022 r.

Prof. dr hab. Bogdan Bułka