

**Recenzja pracy doktorskiej Agnieszki Tanaś „Fragmentation
processes in continuum with applications”.**

Praca dotyczy probabilistycznego podejścia do procesów fragmentacji i śmierci (rozpadu) obiektów znajdujących się w dużych zbiorach cząstek. Rozważa się potencjalnie nieskończone zbiory cząstek reprezentowane jako zbiory punktów γ w $\mathbb{R}^d$. Zbiory te mogą się zmieniać poprzez usunięcie obiektu ze zbioru (śmierć) zdarzającą się spontanicznie bądź w wyniku interakcji z innymi obiektami w zbiorze oraz w wyniku rozpadu obiektu, skutkującą jego zniknięciem z systemu i produkcją dwóch nowych cząstek. W tym sensie opisywana jest ewolucja konfiguracji zbioru γ , gdy obiekty z których się on składa podlegają opisanym wcześniej zmianom ale, o ile dobrze rozumiem modele, γ jako układ zachowuje tożsamość. Z tego punktu widzenia opisywane tutaj procesy różnią się od procesów fragmentacji w rozumieniu fizyki lub chemii, gdzie opisywane są procesy rozpadu układów na mniejsze połączone czasami z procesami urodzin i śmierci które wydają mi się tożsame z procesami śmierci i fragmentacji w rozumieniu tej pracy. W drugim modelu rozważanym w pracy pojedyncze cząstki mogą, rozpadając się, wyprodukować skończoną chmurę cząstek-córek. W tym przypadku obiekty znajdują się w lokalnie zwartej przestrzeni polskiej. Stany układu są reprezentowane przez miary probabilistyczne na przestrzeni konfiguracji których ewolucja jest opisywana za pomocą równań Kołmogorowa na spełnionych przez obserwabla nad przestrzenią konfiguracji, albo za pomocą równania Fokkera – Plancka na przestrzeni miar. W przypadku konfiguracji nieskończonych opis odbywa się za pomocą funkcji korelacji. Dowód istnienia rozwiązań w przestrzeni konfiguracji skończonych odbywa się za pomocą twierdzenia Thieme – Voigta o generacji pólgrup podstochastycznych w skali przestrzeni miar z wagami. Twierdzenie to jest wzbogacone o wynik regularyzujący, który pokazuje, że rozwiązania należą do mniejszych przestrzeni niż warunki początkowe na skończonych przedziałach których długość zależy stopnia regularyzacji. Twierdzenie to odgrywa ważną rolę w rozszerzeniu twierdzeń o istnieniu na konfiguracje nieskończone. Dowody twierdzeń w tym przypadku prowadzone są dla funkcji korelacji dla których równania zostały odpowiedni przedefiniowane. Tutaj autorka rozważa skalę przestrzeni w wagami wykładniczymi i dowodzi istnienia równań z warunkami początkowymi w większych przestrzeniach, które są spełnione w mniejszych na skończonym przedziale czasu zależnym od różnicy pomiędzy indeksami tych przestrzeni. Do konstrukcji rozwiązań używane są tutaj pólgrupy dualne w sensie Phillipsa (sun dual). Rozwiązania te są przedłużane na całą oś czasową, przy czym przestrzeni w których istnieją zmienia się wraz z przedziałem czasowym na którym je konstruujemy. Istotnym krokiem jest pokazanie, że zbudowane rozwiązanie jednoznacznie wyznacza miarę pod-Poissonowską. Otrzymane jest też równanie na poziomie mezoskopowym. Druga istotna część pracy dotyczy procesów w których obiekty układu mogą podlegać procesom gałęzowym, produkując skończone chmury nowych obiektów. W części tej pokazana jest konstrukcja rozwiązań równań Kołmogorowa i Fokkera-Plancka dla tego przypadku. Dowody opierają się na wyrażeniu rozwiązań za pomocą rozwiązań pomocniczego równania nieliniowego i użycia tych rozwiązań

do skonstruowania rezolwenty spełniającej założenia twierdzenia Hilla-Yosidy.

Rozprawa zaczyna się od wstępu zawierającego opis wyników. Pierwszy rozdział rozprawy zawiera podstawowe definicje i wprowadza stosowaną terminologię probabilistyczną, miary i funkcje zdefiniowane na przestrzeniach konfiguracji oraz twierdzenia o generacji półgrup stochastycznych, wykorzystywane w dalszej części pracy. Rozdział drugi prowadzi model podziału-śmierci, równania go opisujące oraz formułuje i omawia główne wyniki dotyczące tego modelu. W rozdziale trzecim wprowadzony jest model gałązkowy, równania go opisujące i, jak poprzednio, sformułowane są i omówione główne twierdzenia dotyczące tego modelu. Rozdział czwarty zawiera dowody sformułowanych wcześniej lematów i twierdzeń.

Wyniki prezentowane w pracy opierają się na zaawansowanych teoriach probabilistyki i analizy funkcjonalnej i wykorzystują nietrywialne, choć częściowo powtarzalne, chwytły techniczne. Cytowana literatura obejmuje właściwe dla prezentowanej teorii i aktualne prace. Główne idee bazują na pracach promotora i jego współpracowników i jest wystarczająco obszerna. Wyniki badań przedstawionych w rozprawie zostały zebrane w kilku publikacjach. Jedna z nich, wspólna praca z promotorem zawierająca wyniki związane z doktoratem, została opublikowana, jedna została przyjęta i jedna złożona do druku złożone do druku, wszystkie w dobrych czasopismach.

Przedawiona rozprawa została logicznie skonstruowana i napisana przy użyciu poprawnego języka angielskiego. Niezbędne podstawy matematyczne, szczególnie opisane w rozdziale pierwszym, wykazują moim zdaniem wysokich kompetencji kandydatki w operowaniu nowoczesnymi technikami probabilistycznymi i analitycznymi. Większość dowodów twierdzeń jest skomplikowana technicznie i koncepcyjnie. Według mnie przedstawiona praca zawiera wyniki wystarczające do uznania jej za rozprawę doktorską i dowodzi matematycznej dojrzałości kandydatki.

Należy jednak zwrócić uwagę kandydatce na pewne niedociągnięcia w prezentowanej pracy. Szczegółowe komentarze zostały naniesione w tekście rozprawy której kopię przekazuję elektronicznie przewodniczącemu Komisji Doktorskiej, zaś tutaj ograniczę się do ogólnych uwag.

1. Oznaczenia są niekonsekwentne i niejednoznaczne. Często te same symbole oznaczają różne obiekty albo ten sam obiekt jest oznaczany różnymi symbolami. To oraz nietypowa konstrukcją tekstu, gdzie najpierw sformułowane są twierdzenia i lematy, zaś dowody podane są w drugiej części pracy, nie ułatwia czytania zwłaszcza, że obiekty o których mowa w sformułowaniach i opisach wyników nie są porządnie zdefiniowane. Osoba taka jak recenzent, dla której skomplikowana terminologia probabilistyczna i wielostopniowe definicje nie są chlebem powszednim, zmuszona jest do używania kilkunastu zakładek aby w miare panować na tekstem.

2. W wielu miejscach kandydatka różniczkuje obiekty konstruowane na bazie półgrup o których wiemy tylko, że są stochastyczne. Wydaje mi się, że należałoby posprawdzać, czy można te obiekty różniczkować i w szczególności zapisywać te pochodne na konkretnych elementach, jako że półgrupy na ogół nie są różniczkowalne w topologii operatorowej.

3. Nie bardzo widzę sensu Rozdziału 2.4.2. Wydaje mi się, że zawiera on formalne manipulacje i tak naprawdę nie dowodzi niczego. Różni się bardzo od pozostałych części pracy.

4. Tytuł pracy zawiera sformułowanie „and applications”. Jednakże, rozwijając skomplikowany aparat matematyczny, kandydatka nie pokazuje, czemu ma on służyć. W pracy nie ma nawet najprostszego przykładu, jak można wykorzystać to wyniki. Jakie procesy fizyczne, chemiczne czy biologiczne można opisać za pomocą wprowadzonego w pracy formalizmu i jakie wnioski wyciągnąć. O czym mówi nam rozwiązanie równań Kolmogorowa i Fokkera–Plancka w tym modelu? Procesy urodzin i śmierci opisywane są na różne sposoby probabilistyczne i deterministyczne, ale w pracy brakuje jakiegokolwiek porównania z prezentowanego podejścia z innymi modelami podobnych zjawisk. We Wstępie kandydatka wspomina prace Smoluchowskiego ale, jak wspomiałem wcześniej, modelowana przez niego koagulacja i później, w ramach podobnego paradygmatu, fragmentacja, dotyczą moim zdaniem zupełnie odmiennych procesów.

Piotr, 26/06/2021