

Zagadnienia obowiązujące na egzamin magisterski dla studentów kierunku MATEMATYKA

Przebieg egzaminu:

1. Podczas egzaminu magisterskiego studenci powinni wykazać się znajomością:
 - zagadnień związanych bezpośrednio z tematyką przedstawianej pracy magisterskiej,
 - zagadnień z przedmiotów obowiązkowych (wykaz zagadnień poniżej),
 - zagadnień z fakultetów zaliczonych przez danego studenta.
2. W trakcie egzaminu członkowie Komisji zadają od trzech do pięciu pytań z wykazu zagadnień egzaminacyjnych obowiązujących dla danego kierunku oraz spoza wykazu dotyczące tematyki pracy magisterskiej oraz z fakultetów zaliczonych przez danego studenta.

Wykaz przedmiotów obowiązkowych

- Teoria miary i całki
- Topologia ogólna
- Geometria różniczkowa
- Rachunek prawdopodobieństwa
- Analiza zespolona
- Analiza funkcjonalna
- Statystyka matematyczna
- Równania różniczkowe cząstkowe

Wykaz zagadnień z przedmiotów obowiązkowych na egzaminie dyplomowym

1. Sigma-ciała zbiorów, zbiory borelowskie.
2. Pojęcie miary i własności miar.
3. Miara Lebesgue'a, jej konstrukcja i własności.
4. Funkcje mierzalne i ich własności.

5. Definicja całki Lebesgue'a i jej własności.
6. Lemat Fatou. Twierdzenia Lebesgue'a o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.
7. Całka Lebesgue'a a całka Riemanna.
8. Sigma- ciało produktowe, produkty miar i twierdzenie Fubinięgo.
9. Nierówności Holdera i Minkowskiego.
10. Przestrzenie L^p
11. Twierdzenie Radona-Nikodyma.
12. Pojęcie przestrzeni topologicznej, otoczenia punktu, zbioru otartego i domkniętego w przestrzeni topologicznej oraz twierdzenia związane z tymi pojęciami.
13. Pojęcie bazy i podbazy przestrzeni topologicznej.
14. Ciągłość odwzorowań i zbieżność ciągów w przestrzeniach topologicznych.
15. Aksjomaty oddzielania i przeliczalności.
16. Przestrzenie spójne, ośrodkowe i zwarte.
17. Pojęcie powierzchni regularnej w przestrzeni trójwymiarowej. Twierdzenie o przeciwobrazie wartości regularnej.
18. Orientacja powierzchni regularnej. Twierdzenie o polu jednostkowych wektorów normalnych.
19. Pierwsza forma kwadratowa. Pole powierzchni regionu zawartego w powierzchni regularnej.
20. Druga forma kwadratowa. Krzywizna normalna. Twierdzenie Meusnier'a.
21. Krzywizna Gaussa i średnia. Theorema egregium.
22. Pochodna kowariantna. Twierdzenie o istnieniu linii geodezyjnej.
23. Rozkłady wielowymiarowe.
24. Warunkowa wartość oczekiwana.
25. Nierówności probabilistyczne.
26. Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych.
27. Funkcje charakterystyczna i jej własności.
28. Centralne twierdzenie graniczne.
29. Słabe prawo wielkich liczb, mocne prawo wielkich liczb.
30. Proces Poissona.
31. Całka krzywoliniowa funkcji zespolonej.
32. Wzór całkowy Cauchy'ego i twierdzenie Cauchy'ego.
33. Zera funkcji analitycznej w obszarze płaszczyzny zespolonej.
34. Szeregi Laurenta.

35. Twierdzenie o residuach.
36. Zasada maksimum i lemat Schwarz'a.
37. Norma i jej własności, przestrzenie unormowane, kule w przestrzeni unormowanej i ich własności.
38. Nierówność Younga. Nierówności Höldera i Minkowskiego dla sum i całek.
39. Topologia przestrzeni unormowanych: zbiory otwarte, zbiory domknięte, zbieżność ciągów i szeregów, zbiory zwarte.
40. Zupełność przestrzeni unormowanej. Klasyczne przestrzenie Banacha ciągowe i funkcyjne.
41. Przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta: bazy ortogonalne, szeregi Fouriera, rzuty ortogonalne, najlepsze przybliżenie punktu w zbiorze.
42. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym i jego zastosowania.
43. Operatory liniowe i ograniczone na przestrzeniach unormowanych. Norma operatora i funkcjonału liniowego i ograniczonego. Przestrzeń operatorów i przestrzeń sprzężona.
44. Postać funkcjonału liniowego i ograniczonego na $l_p, L_p([a, b])$ oraz przestrzeni Hilberta.
45. Twierdzenie Banacha-Steinhaus'a i jego zastosowania.
46. Estymacja punktowa i przedziałowa.
47. Własności estymatorów i metody ich otrzymywania.
48. Statystyki dostateczne.
49. Regresja i metoda najmniejszych kwadratów.
50. Testowanie hipotez statystycznych i wnioskowanie statystyczne.
51. Przykłady i klasyfikacja równań różniczkowych cząstkowych.
52. Podstawowe zagadnienia brzegowe i początkowe
53. Klasyczne równania fizyki matematycznej.