

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki

Krzysztof Pilorz

Streszczenie rozprawy doktorskiej
Coalescence processes in continuum with applications
Procesy koagulacji w przestrzeniach ciągłych z zastosowaniami

Istnieje szerokie spektrum publikacji poświęconych badaniu dynamiki różnego rodzaju dużych układów, na wielu poziomach precyzji matematycznego opisu. Rozmiar rozważanego systemu, a także złożoność zachodzących w nim interakcji, wpływają na statystyczny/probabilistyczny charakter budowanej teorii. Stosunkowo dużą popularnością cieszy się temat nieskończonych układów opisujących losowe ruchy, w trakcie których składowe układu mogą się łączyć. Przykładem tutaj może być przepływ Arratii (ang. Arratia flow). Zazwyczaj opis tego rodzaju ruchu dokonywany jest w kategoriach (dyfuzyjnych) procesów stochastycznych. W niniejszej pracy zaproponowano alternatywne spojrzenie na ten rodzaj ruchu, oparte na modelu Kawasakiego, w którym cząstki wykonują losowe skoki z odpychaniem. Jednym z głównych celów pracy jest opracowanie i zbadanie podobnego modelu układu nieskończonego, opisującego losowe przemieszczanie się cząstek, któremu dodatkowo towarzyszy koagulacja.

Przestrzenią fazową takiego układu jest zbiór wszystkich lokalnie skończonych konfiguracji. W przyjętym podejściu stany układu są odpowiednimi miarami prawdopodobieństwa, w naszym przypadku miarami pod-Poissonowskimi, które stanowią klasę miar związanych z miarą Poissona wystarczającą do opisu badanych układów. W niniejszej rozprawie, opis ewolucji stanów opiera się o szereg równań różniczkowych w odpowiednich nieskończone wymiarowych przestrzeniach Banacha.

Drugim celem pracy jest opracowanie odpowiedniego aparatu numerycznego służącego do analizowania dynamiki badanych układów. Jak często bywa w tego rodzaju zagadnieniach, opis mikroskopowy dostarcza swego rodzaju ogólnego obrazu opartego na wynikach egzystencjalnych uzyskanych metodami analitycznymi w odpowiednich przestrzeniach Banacha. Bardziej szczegółowe informacje można uzyskać tylko za pomocą narzędzi numerycznych. Większość z nich jest przystosowana do badania różnego rodzaju klasycznych równań całkowo-różniczkowych, nie dając się zastosować w nieskończone wymiarowych przestrzeniach Banacha. Dlatego naturalnym wydaje się być przejście do opisu mezoskopowego opartego na równaniach kinetycznych. Można tego dokonać przy zachowaniu rygoru matematycznego opisu za pomocą odpowiedniej procedury skalowania. W pracy udowodniono istnienie i jednoznaczność rozwiązań otrzymanego równania kinetycznego, ale co ważniejsze, równanie to zapewnia przybliżenie dynamiki pierwotnego układu łatwiejsze do badania numerycznego. Przedstawiony został algorytm znajdowania numerycznych rozwiązań tego równania, uzupełniony o analizę wyników przeprowadzonych symulacji. Rzucają one nieco więcej światła na szczegóły zachowania systemu, takie jak występowanie nietrywialnych stanów stacjonarnych czy powstawanie postępujących niejednorodności przestrzennych.

Wyniki zaprezentowane w rozprawie oparte są na poniższych artykułach:

1. Kozitsky, Y., Omelyan, I., and Pilorz, K. (2021). Jumps and coalescence in the continuum: a numerical study. *Appl. Math. Comput.*, 390:125610.
2. Kozitsky, Y. and Pilorz, K. (2020). Random jumps and coalescence in the continuum: evolution of states of an infinite particle system. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 40(2):725–752.
3. Omelyan, I., Kozitsky, Y., and Pilorz, K. (2021). Algorithm for numerical solutions to the kinetic equation of a spatial population dynamics model with coalescence and repulsive jumps. *Numer. Algorithms*, 87:895–919.

- Pilorz, K. (2016). A kinetic equation for repulsive coalescing random jumps in continuum. Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska Sect. A, 70(1):47–74 .

Krzysztof Pilorz