

Opinia o rozprawie doktorskiej pana magistra Sławomira Borzdyńskiego

1 Ogólna charakterystyka wyników

Rozprawa p. mgra Sławomira Borzdyńskiego wpisuje się w wieloletnią lubelską tradycję rozważań nad istnieniem punktów stałych dla odwzorowań i ich rodzin. Piąte już pokolenie matematyków związanych tak czy inaczej z Lublinem (od prof. Adama Bieleckiego, przez prof. prof. Kazimierza Goebela i Józefa Banasia oraz promotora omawianej rozprawy, dra hab. Andrzeja Wiśnickiego, aż do jej Autora) rozwija tę piękną i ważną teorię. Oczywiście przez okres grubo ponad pół wieku zmieniały się jej narzędzia i cele: w szczególności o ile prof. Bielecki zajmował się raczej jej aspektami metrycznymi, dziś coraz większą rolę zdają się odgrywać metody topologiczne.

Tak jest też w pracy p. Borzdyńskiego. Jej punktem wyjścia jest reprezentacja elementów semitopologicznej półgrupy jako odwzorowań pewnej przestrzeni. Używając lematu Kuratowskiego–Zorna Autor pokazuje, że jeśli odwzorowania te komutują i istnieje zbiór zwarty, który jest niezmienniczy dla nich wszystkich, to istnieje też jego zwarty niezmienniczy podzbiór, na którym są one suriektywne. Jak się okazuje, ten stosunkowo prosty lemat można zgrabnie wykorzystać do budowania twierdzeń o istnieniu wspólnych punktów stałych dla rodzin odwzorowań. Własność istnienia niezmienniczego zbioru zwartego, na którym cała rodzina operatorów jest suriektywna Autor traktuje następnie jako uogólnienie przemienności: chodzi o to, by znaleźć czy wręcz scharakteryzować niekomutujące rodziny, które tę użyteczną własność posiadają. Pan mgr Borzdyński podaje bez dowodu twierdzenie mówiące, że mają ją ciągle reprezentacje półgrup lewostronnie odwracalnych a także dość szczegółowy, pochodzący z pracy [LaZh] dowód faktu, że mają je także półgrupy z lewostronnie niezmienniczą średnią. Te rozważania kończą **rozdział drugi**.

Rozdział trzeci poświęcony jest pojęciu asymptotycznej regularności. Jego podrozdział 3.1 zawiera różne warianty definicji asymptotycznej regularności danego odwzorowania (lub odwzorowań rodziny) względem funkcji f zerującej się najwyżej wtedy, gdy oba jej argumenty są identyczne. Najważniejszy, choć prosty, wynik to lemat 3.1.2 mówiący, że jedyną suriekcją, która jest asymptotycznie regularna względem jakiejś funkcji f o wymienionych wyżej własnościach jest funkcja tożsamościowa. Pozostałe opisane tu rezultaty są przyczynkowe.

Główne twierdzenie podrozdziału 3.2 mówi o tym, że każdy operator T , który ma postać

$$T = \alpha \mathbb{I} + (1 - \alpha)S, \quad (1)$$

gdzie $\mathbb{I}$ to identyczność, a S jest takim przekształceniem afinicznym wypukłego podzbioru C przestrzeni unormowanej, że jego wszystkie potęgi są wspólnie ograniczone, ma też tę własność, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in C} \|T^{n+1}(x) - T^n(x)\| = 0. \quad (2)$$

(Własność ta to z definicji asymptotyczna regularność względem

$$f(x, y) := \|x - y\|, \quad x, y \in C).$$

Idea dowodu, nieco zmodyfikowanego w stosunku do rozumowania przeprowadzonego w pracy doktoranta napisanej wspólnie z promotorem, jest elegancka a sam wynik godny zainteresowania, tym bardziej, że stanowi odpowiedź na pytanie postawione przez Xu i Yamadę w 2006 roku.

Główną rolę w podrozdziale 3.3 odgrywa pewien operator, oznaczany F , którego argumentami i wartościami są odwzorowania ustalonej rodziny $\mathcal{S}$ przekształceń podzbioru ustalonej przestrzeni Banacha, w inne przekształcenia tego zbioru. Widoczny nawet z powyższego zdania wysoki poziom abstrakcji rozważań Autora połączony został tu niestety z okropną manierą pisania (zob. rozdział 3 niniejszej opinii). Przedziewanie się przez wymyślne zasięki apoteozy wszelakiego autoramentu znaczków oraz pogardy dla wyrażania się po ludzku, zajęło mi bite dwa dni (naprawdę). Coś w efekcie zrozumiałem: p. mgr Borzdyński dowiódł w istocie, że jeśli rodzina $\mathcal{S}$ składa się z przekształceń, które są regularnie nieoddalające, to operator F też jest regularnie nieoddalający (tw. 3.3.3). Podobnie gdy $\mathcal{S}$ składa się z pewnych przekształceń afinicznych, to i operator F jest afiniczny (tw. 3.3.5), a twierdzenie 3.3.4 stwierdza coś podobnego dla zbioru przekształceń typu (1).

Tak sformułowane, wyniki te przemawiają do wyobraźni, bo też i przypominają swą symetrią fundamentalne dla analizy funkcjonalnej twierdzenia mówiące, by podać przykład najprostszy, że przestrzeń ciągłych funkcjonalów liniowych nad przestrzenią Banacha sama jest przestrzenią Banacha. Nie zarzucam jednak Autorowi tego, że wspomnianych wyżej twierdzeń w ten sposób nie ujął (rzeczywistą ich tezę jest zbieżność typu (2), jednostajna ze względu na $T \in \mathcal{S}$) bo to właśnie te pojęcia są przecież dla niego ważne, a operator F to tylko narzędzie. O wynikach tych wyrażał bym się jednak bardziej entuzjastycznie, gdyby

p. mgr Borzdyński choć tyle trudu włożył w ich przemyślenie i dopracowanie swego tekstu, ile ja włożyłem w jego odszyfrowywanie.

Podrozdział 3.4 natomiast zawiera wnioski z poprzednich rozważań, dotyczące istnienia punktów stałych (i wspólnych punktów stałych) dla odwzorowań (i ich rodzin) asymptotycznie regularnych względem jakiejś funkcji, która zeruje się najwyżej wtedy, gdy jej oba argumenty są takie same. Twierdzenia te nie robią na mnie większego wrażenia, bo sprawdzenie ich założeń to zadanie równie trudne jak samo znalezienie punktu stałego. Co prawda tego typu abstrakcyjne rozważania można znaleźć w wielu pracach doktorskich z matematyki czystej, ale – przyznajmy to – poza ekwilibrystyką słowną jest to tylko bicie piany. W szczególności rozprawa nie zawiera ani jednego ciekawego przykładu pokazującego jak mając dane odwzorowanie T skonstruować dla niego funkcję f , względem której T będzie asymptotycznie regularne, a bez tej umiejętności cała ta teoria zdaje się na nic. (A co dopiero powiedzieć o jednej funkcji, względem której cała rodzina odwzorowań będzie uniwersalnie asymptotycznie regularna!) Dla kontrastu wspomnijmy, że pojawiająca się w analizie matematycznej, teorii równań różniczkowych i teorii operatorów funkcja Liapunowa dlatego jest tak znana, że w wielu istotnych sytuacjach umiemy ją zgadnąć, zbudować, co pomaga rozwiązać zagadnienia, które bez niej ruszyć byłoby trudno.

Najciekawsze są chyba wyniki znajdujące się na stronach 40. i 41., które Autor nazywa szczególnymi przypadkami ogólniejszych, a które dotyczą przypadku, gdy $f(x, y) = \|x - y\|$ i operatorów typu (1). Moim zdaniem jest odwrotnie: znaczenie całej tej teorii sprowadza się do wspomnianych niecałych dwóch stron i tego właśnie przypadku.

Najdłuższy, bo liczący niemal 30 stron **rozdział czwarty** Autor poświęcił retrakcjom. Przedstawiwszy pojęcia wstępne (w podrozdziale 4.1), w podrozdziale 4.2 dowodzi dwóch twierdzeń o istnieniu retrakcji na zbiór punktów stałych pewnych pólgrup odwzorowań (tw. 4.2.5 i tw. 4.2.10) danego zbioru C . Najwięcej uwagi p. mgr Borzdyński poświęca analogicznemu twierdzeniu 4.4.10: zakłada się w nim, że C jest zbiorem ograniczonym, wypukłym i zwartym w jakiejś słabej topologii przestrzeni Banacha, w którym norma jest względem tej topologii półciągła z dołu, a interesujące nas odwzorowania komutują, są nieoddalające i „na”; tezę jest istnienie retrakcji nieoddalającej. Jest to główny wynik autorskiego artykułu kandydata z Colloquium Mathematicum (2018) i jeden z najważniejszych w rozprawie. Z towarzyszącego mu twierdzenia 4.4.15 dowiadujemy się, że jeśli mamy do czynienia z topologią słabą z gwiazdką, to punkt stały rodziny jest częścią tak zwanego centrum Czebyszewa. Podrozdział 4.4.5 zawiera też kilka innych twierdzeń podobnej natury jak tw. 4.4.10; na przykład tw. 4.4.19 dotyczy zbiorów wypukłych, ograniczonych i zwartych: okazuje się, że dla pewnych rodzin odwzorowań takich zbiorów retrakcja oddala regularnie. Zamykające rozdział twierdzenie 4.5.5. natomiast stwierdza, że także przy pewnych innych technicznych założeniach retrakcja jest odwzorowaniem nieoddalającym.

Rozdział piąty omawia pokrótce hipotezę Lau oraz twierdzenia Autora, które w jakiś sposób się z nią wiążą. Wyżej wymieniona hipoteza mówi, że jeśli półgrupa posiada lewostronnie niezmienniczą średnią, to każda jej reprezentacja spełniająca pewne naturalne założenia posiada wspólny punkt stały. Poczesne

miejsce w rozdziale tym zajmuje wniosek z tw. 4.4.10, to znaczy twierdzenie 5.2.3, poświęcone półgrupom przemennym oraz twierdzenie 5.2.4, podane ze szkicem dowodu, a opublikowane przez Autora wspólnie z promotorem w roku 2014 w *Studia Mathematica*, które dotyczy przypadku przekształceń nieoddalających regularnie.

Wstęp, to znaczy rozdział pierwszy, omówię jako ostatni: został on niestety napisany w języku tak hermetycznym i jest tak pełen ogólników, że niemal nic z niego nie wynika. W szczególności Autor nie wyjaśnia w nim szczegółowych celów pracy ani w przystępny sposób nie przedstawia jej struktury logicznej. Trudno także zorientować się, które wyniki są nowe i stanowią dorobek doktoranta, a które nie. Pan mgr Borzdyński co prawda już w pierwszym zdaniu rozprawy pisze, że jego rozważania koncentrują się wokół hipotezy postawionej przez Lau w 1992 roku, ale jej nie formułuje, ograniczając się do enigmatycznego stwierdzenia, że istnienie lewostronnie niezmienniczej średniej ma zgodnie z nią wyrazić się za pomocą „specyficznej własności punktu stałego” (konia z rzędem temu, kto nie przeczytał podanego wyżej opisu tej hipotezy, a teraz zrozumiał o co tu chodzi). Reszta tekstu napisana jest w podobnym stylu, a przecież wstęp powinien być jak najmniej formalnym wprowadzeniem w tematykę rozprawy, a nie lakonicznym spisem jej treści, zakładającym w praktyce, że czytelnik już się z całością zapoznał. Z przykrością stwierdzam, że rozdział pierwszy o talentach pisarskich kandydata świadczy źle, a jego lektura jest zwykłą stratą czasu.

Co więcej, Autor także później nie tłumaczy w jaki sposób wprowadzone przez niego pojęcia się z hipotezą Lau łączą, a ona sama omawiana jest – jak wspomniałem wyżej – dopiero w rozdziale piątym. Jeśli związek kolejnych rozdziałów z głównym celem rozprawy się wyjaśnia, to tylko poprzez usilne wysiłki niżej podpisanego czytelnika, by jakiś sens z tych wszystkich rozważań wycisnąć. Dopiero te wysiłki połączone z lekturą całości pozwalają połączyć wrzucony przez Autora do worka luźny zbiór pojęć, lematów, wniosków i twierdzeń w jakiś spójny obraz. Szkoda, że obrazu tego p. mgr Borzdyński nie namalował sam.

Z przykrością konstatuje, że całość została napisana nieumiejętnie. Czytelnika zmagającego się z panującym w niej chaosem, przedzierającego się przez matematyczne hieroglify zastępujące ludzkie zdania, któremu skąpi się słów wyjaśnienia w jaki sposób wprowadzane jedne po drugich pojęcia wpisują się w całość rozważań, dodatkowo zniechęcają do lektury udziwniona terminologia i rażące błędy stylistyczne (patrz niżej).

2 Dlaczego chcę napisać opinię negatywną, czyli historia wyczerpywania się cierpliwości

Zacząłem się od nieprzemyślanego tytułu. Przypomnę brzmi on „Twierdzenia o punktach stałych dla półgrup odwzorowań nieliniowych względem słabych topologii”. Do czego odnosi się w nim słówko „względem”? Na pewno nie do twierdzeń, ani do punktów stałych, a zatem albo do półgrup, albo do samych

odwzorowań. Ale co by to miało znaczyć, że coś jest półgrupą względem jakiejś topologii? Równie bezsensowne jest przypuszczenie, że względem jakiejś topologii jakieś odwzorowanie miałoby być nieliniowe, bo pojęcie nieliniowości nie wiąże się przecież z topologią, a ze strukturą liniową. W angielskiej wersji tytułu znajdujemy „non-linear mappings in weak topologies”, co ma trochę więcej sensu. Po polsku doszukać się go natomiast nie można. Pomyślałem jednak: „nie czepiaj się, to tylko niefortunny tytuł”.

Drugim przykrym zaskoczeniem było to, że w całej pracy nie znalazłem ani zdania o tym, kto jest jej promotorem. O tym, że jest nim dr hab. Andrzej Wiśnicki wiedziałem skądinąd; można się było tego też domyślić z bibliografii. Choć jest to znaczące odstępstwo od dobrych obyczajów, które nakazują napisać choć zdanie podziękowania temu, kto doktorantowi tematykę rozprawy podsunął, że o innej zwyczajowej pomocy już nie wspomnę, postanowiłem tę sprawę także pominąć milczeniem.

Potem było pierwsze zdanie rozprawy. Autor napisał je tak kwieciście i opierając się na tak niedobrych wzorach stylu, że wypadało się tylko uśmiechnąć. Ale cóż – pomyślałem – to tylko młody człowiek, który nie ma dobrych wzorców. Nie ma co wybrzydzać, tym bardziej, że następne zdania swą nieporadnością rażą trochę mniej. „Oдноśnie nowej własności” zamiast „odnośnie do nowej własności” na stronie piątej też zignorowałem, bo to błąd nagminny.

Tak naprawdę tama zaczęła pękać dopiero, gdy na stronie siódmej istnieniem swym poraził mnie zbiór „ T –niezmienniczy”. Przebolełem tu nawet to, że Autor wolał używać rozpychającego się w naszym języku anglicyzmu, zamiast poprawnego i po prostu ładniejszego terminu „niezmienniczy dla T ”. Natomiast nie mogłem zrozumieć dlaczego pozwolił mu wyleźć zadem na margines, jak krowie w szkodę. Takich krow zresztą uzbierało się w rozprawie spore stado. Młodzi rzekomo są od nas sprawniejsi informatycznie. Dlaczego więc Autor pozostawał głuchy na gorzkie żale kompilatora: „overfull \hbox”?

Dzielnie zniósłem także słówko „poset” (str. 9), choć nie widzę żadnych powodów, by zmieniać uświęconą tradycją terminologię i nie pisać po prostu o zbiorach częściowo uporządkowanych. Nie zareagowałem nawet na niezgrabność przypisu brzmiącego „Po definicję ... odsyłamy do definicji.” A na „net” zamiast „ciągu uogólnionego” tylko machnąłem ręką, choć jedynie lenistwem tłumaczyć (ale nie usprawiedliwiać) potrafię odchodzenie od ciężko wypracowanego w podręcznikach Kuratowskiego, Engelkinga i Dudy zwyczaju pisania o topologii piękną polszczyzną. Po co wprowadzać jakieś okropne „podnety”, skoro od monografii Profesora Engelkinga co najmniej uświęcony został termin „(uogólniony) ciąg subtelniejszy”? Komuniści ćwicząc nowomowę wymyślali różne „rewkomy” oraz „PMPwDy” i na szczęście skończyli na śmietniku historii.

Stoicką postawę zachowałem także czytając, że „niepustość zachodzi” choć wiedziałem, że „niepustość” tak jak i „zwartość” czy „ograniczoność” z natury swej zachodzić nie może.

Na dłuższą chwilę pochyliłem się natomiast nad ulubionym słówkiem Autora, które brzmi „postulujemy”, a które – począwszy od strony 10 – zaczęło się pojawiać w dziwnych kontekstach. Powoli zacząłem sobie uświadamiać, że gdy Autor pisze „postulujemy, że ... ” ma w istocie na myśli „wnioskujemy, że ... ”.

„Postulowanie” rzeczywiście jest synonimem „wnioskowania”, ale nie w znaczeniu „wyciągania logicznych wniosków” lecz „wysuwania postulatów”, proponowania czegoś, i to zwykle w sprawach politycznych lub społecznych.¹ W szczególności więc nie można kończyć matematycznego rozumowania zwrotem „stąd postulujemy, że ...”, co Autor robi nagminnie.

Z równowagi nie wyprowadziła mnie nawet nadużywana w pracy skontaminowana konstrukcja „Jeśli ..., wtedy ...” (zamiast poprawnego „Jeśli ..., to ...”); najczęściej bierze się ona z niewprawnie tłumaczonego angielskiego „If ..., then ...”.² Od początku podejrzewałem, że tekst rozprawy jest w jakiejś mierze przedręganym tłumaczeniem opublikowanych prac doktoranta i wiedziałem, że właśnie tłumaczenie z angielskiego jest przyczyną, dla której zamiast poprawnego „istnieje takie x , że” widzimy coraz częściej (a w tej pracy niemal wyłącznie) „istnieje x , takie że”. W tłumaczeniu własnych artykułów, a nawet fragmentów czyichś, nie ma oczywiście nic złego (jeśli, jak to czyni Autor, na dorobek innych się powołujemy); mnogość przykładów wymienionego wyżej typu uświadamiać mi jednak zaczęła, że **posługuje się on naszym językiem, a w szczególności językiem fachowym słabo, niewystarczająco dobrze.**

Gdy gnębiły mnie wątpliwości, czy mogę wystawić tak surową ocenę i próbowałem niezłomnie czytać dalej znajdowałem „przekształcenia ... spełniają twierdzenie” (na str. 13, zamiast „przekształcenia spełniają założenia twierdzenia”) oraz „reprezentacją określać będziemy ... rodzinę” (str. 14, zamiast „reprezentacją nazywać będziemy ... rodzinę”); „określać” to nie to samo co „nazywać” – choć te pojęcia są bliskie – a w praktyce używa się ich zupełnie inaczej. I zaczynałem się łamać.

Przyznaję, że „średniowalność” również spłynęła po mnie jak po kaczce. Może dlatego, że skupiałem się na matematycznych rozważaniach. Ale przecież tak pisać nie wolno. Bo co to znaczy, że coś jest średniowalne? Tyle samo mniej więcej co, bo ja wiem, „drewnowalne”. Nie znaczy po prostu nic. Nawet termin angielski nie jest takim dziwolągiem; owszem, „amenable groups” to pewna historycznie uzasadniona gra słów, której się chyba nie da przełożyć na inne języki (zrezygnowali Rosjanie, na przykład, wprowadzili termin „amienabielnaja gruppa”), ale termin „amenable” ma też „normalne” znaczenie: „posłuszna, uległa, odpowiedzialna”. Poza tym odpowiednik tego pojęcia funkcjonuje w polskim słownictwie matematycznym od wielu lat i wiem o tym nawet ja, choć nie jestem w tej dziedzinie specjalistą. „Amenable groups” to „grupy ze średnią”. Po prostu. Żadne tam „średniowalne”.

Oburzyłem się oczywiście wewnętrznie na językowe straszdyło „zeruje się najwyżej dla identycznych”³ (zamiast normalnego „zeruje się najwyżej wtedy, gdy oba jej argumenty są takie same”) powtarzane wielokrotnie, z pełnym przekonaniem, że tak mówić wolno, ale przyznaję, że zaczęło mi być wszystko jedno,

¹W tym kontekście zagrożenie swobód obywatelskich zapowiada zdanie p. mgra Borzdyńskiego ze strony 64: „Nie możemy tym razem postulować ...”.

²O tym, że „then” nie zawsze znaczy „wtedy” zapomniał też Autor na stronie dziewiętnastej, gdzie napisał „wtedy” zamiast „zatem”.

³Dla braci syjamskich się zeruje, a dla mnie nie, bo nie jestem identyczny? Identyczny z kim?

co i jak Autor pisze. Po prostu zaznaczałem sobie na swojej kopii kolejne kwiatki takie jak „z reprezentowalności ϕ przez μ zachodzi”.⁴

Ale właśnie to odrętwienie, obojętność na kolejne nowotwory językowe i stylistyczną nieporadność graniczącą z nieuctwem sprawiło, że odezwał się we mnie dzwonek alarmowy. Mnie nie może być wszystko jedno. **Recenzje naukowe pisze się także po to, by wyrazić swoje zdanie na temat tego, czy poddawany ocenie utwór powinien być rozpowszechniany. Więc nie, w takiej formie rozpowszechniany, promowany być nie powinien!** Nawet jeśli w rozprawie znajdują się ciekawe wyniki matematyczne, nie jest ona częścią dyskursu naukowego, bo nie posługuje się przyjętym w nim słownictwem. Nie można (mam nadzieję) być chrześcijańskim teologiem nie znając języka Biblii. Podobnie nie można uważać się za czynnego matematyka, jeśli się nie zna podstawowych terminów analitycznych.

Gdy wysyłamy swoje artykuły do specjalistycznych czasopism musimy swoje wyniki opisać poprawną angielszczyzną, używając obowiązującego słownictwa. (Czy jakiegokolwiek fachowe czasopismo opublikowałoby artykuł, którego autor pisałby nagminnie „If $x^2 = 0$, so $x = 0$ ” zamiast „If $x^2 = 0$, then $x = 0$ ”?) Logiczne wydaje się więc także wymaganie, by rozprawy doktorskie pisane były zgodnie z regułami języka polskiego i przy użyciu odpowiedniej, uświęconej tradycją terminologii. Co by to było, gdybyśmy pozwolili na to, by nowe, nieświadome istnienia swych poprzedników pokolenie, zaczęło mówić o, na przykład, „toposologii” zamiast „topologii”? Czy na pewno chcemy promować taką naukę, uprawianą gdzieś w oddzieleniu od istniejącego środowiska matematycznego? Naukę być może wymagającą sporej sprawności intelektualnej, ale jednak oderwaną od całości, wręcz niechętną by się z nią połączyć, a zatem i być może nieświadomą szerszego kontekstu? Matematykę zamkniętą w klatce dziwaczного, hermetycznego słownictwa? Ja nie chcę i nie mogę.

Choć szczegółowego opisu wszystkich lapsusów zawartych w rozprawie Czytelnikowi tej recenzji oszczędzę (przykłady podane powyżej pochodzą z pierwszych dwudziestu kilku stron), w kolejnym rozdziale zgromadziłem wybrane uwagi dotyczące spraw merytorycznych oraz jej języka i stylu.

3 Uwagi szczegółowe

3.1 Szczegółowe uwagi dotyczące rozdziału drugiego

1. Strona 15. „jest jest” $\rightarrow$ „jest”. Autor nie powinien też zapominać o przecinku przed „że”.
2. „dowolnym $f \in C(K)$ ” $\rightarrow$ „dowolnym $f \in C(K)$ oraz $x \in C$ ”.
3. W dowodach Autor chętnie posługuje się ciągami uogólnionymi. Jest to rzeczywiście wygodne narzędzie, gdy mamy do czynienia z funkcjami z jed-

⁴Czytelnikowi być może trudno nawet sobie wyobrazić co Autor chciał tu powiedzieć. Z kontekstu wnioskowałbym, że chodziło mu o zdanie typu „Skoro miara μ reprezentuje funkcjonal ϕ , otrzymujemy”.

nej ogólnej przestrzeni topologicznej w drugą. W dowodzie lematu 2.3.2 wydaje się ono jednak sztuczne, bo przeciwdziedzina rozważanych tam funkcji jest pewna przestrzeń Banacha, a zatem przestrzeń metryczna; rozumowanie zajmujące prawie dwie strony jest w rezultacie zbyt długie, zagmatwane i niespecjalnie wyjaśnia, dlaczego lemat ten jest prawdziwy. Znacznie prostszy i bardziej przemawiający do wyobraźni dowód mógłby wyglądać następująco.

Musimy dowieść, że dla każdego $x \in K, r \in S$ i $\epsilon > 0$, można znaleźć takie otoczenie V punktu r , że dla każdego $t \in V$ zachodzi nierówność $\|l_t f_x - l_r f_x\| < \epsilon$. Wobec $l_r f_x(s) = f_x(rs) = f(T_r T_s x), s \in S$ mamy

$$\|l_t f_x - l_r f_x\| = \sup_{s \in S} |f(T_t T_s x) - f(T_r T_s x)| \leq \sup_{y \in O} |f(T_t y) - f(T_r y)|,$$

gdzie $O \subset K$ jest domknięciem obrazu funkcji $S \ni s \mapsto T_s x \in K$. Ze względu na to, że reprezentacja jest ciągła, dla dowolnego $y \in K$ możemy znaleźć takie otoczenie $\mathcal{U}_y$ punktu $(r, y) \in S \times K$, że

$$|f(T_t z) - f(T_r y)| < \frac{\epsilon}{4} \text{ o ile } (t, z) \in \mathcal{U}_y.$$

Z definicji topologii produktowej wiemy, że istnieje takie otoczenie U_y punktu $y \in K$ i takie otoczenie V_y punktu $r \in S$, że $U_y \times V_y \subset \mathcal{U}_y$. Rodzina $U_y, y \in O$ pokrywa zbiór O , który jako podzbiór domknięty zbioru zwartego K jest zwarty. Istnieje zatem podpokrycie skończone, powiedzmy $U_{y_1}, \dots, U_{y_n}$, pokrycia $U_y, y \in O$, a wtedy $V := \bigcap_{i=1}^n V_{y_i}$ jest otoczeniem punktu $r \in S$. Skoro każde $y \in O$ jest elementem któregoś ze zbiorów U_{y_i} widzimy, że $|f(T_t y) - f(T_r y)|$ nie przekracza

$$|f(T_t y) - f(T_t y_i)| + |f(T_t y_i) - f(T_r y_i)| + |f(T_r y_i) - f(T_r y)| < \frac{3}{4}\epsilon,$$

o ile tylko $t \in V$. To zaś dowodzi, że dla $t \in V$ mamy $\sup_{y \in O} |f(T_t y) - f(T_r y)| < \epsilon$.

4. Strona 16. „którym łatwo widzieć, że jest G ”? To nie jest poprawna polszczyzna.
5. Strona 17. „ma podnet zbieżny Rzeczoną granicę”? Autor o żadnej granicy bezpośrednio w poprzednim zdaniu nie napisał. Nie ma zatem prawa pisać o „rzeczonej granicy”.
6. W pierwszych czterech liniach strony 18-tej „1” powinno zostać zamienione na „1” (czterokrotnie). Na tej samej stronie zdanie „Generalnie taka relacja nie musi zachodzić” zdaje się przeczyć twierdzeniu, które znajduje się tuż przed nim. Autor zapewne miał na myśli coś w rodzaju „Jeśli opuścimy założenie, że topologia w półgrupie jest dyskretna twierdzenie to przestanie być prawdziwe.”

7. W drugim zdaniu dowodu twierdzenia 2.3.10 Autor stwierdza, że każda ciągła reprezentacja w zwartej przestrzeni składa się z odwzorowań domkniętych. Twierdzenie to nie wydaje mi się trywialne. Skoro dotychczas starał się wyjaśniać wszystkie fakty potrzebne do zrozumienia jego rozumowania (włącznie z tw. RIESZA na przykład), dlaczego nie wyjaśnił także tego?
8. W tym samym dowodzie Autor pisze „Niech m będzie LIM na $LUC(S)$ ”, ale co to jest LIM wcześniej nie wyjaśnił. Z kontekstu domyślam się, że chodzi o to, iż m ma być lewostronnie niezmienniczą średnią.
9. Parę linijek dalej czytamy o „twierdzeniu RIESZA–MARKOVA”. Powinno jednak być, tak jak na stronie poprzedniej, „twierdzenie RIESZA–MARKOVA”.
10. Na stronie 23 p. mgr BORZDYŃSKI pisze „z T -niezmienniczości wiemy już, że jest też miary $\mu A = 1$ ”. Wydaje mi się, że jaśniejsze byłoby powołanie się tu na lemat 2.3.8 na przykład tak: „Z niezmienniczości zbioru A dla odwzorowania T_s i lematu 2.3.8 wynika, że $\mu T_s^{-1} A = \mu A$.” Swoją drogą nie bardzo wiem, dlaczego Autor odstępkuje od wieloletniej tradycji i pisze μA zamiast $\mu(A)$.
11. „Po przejściu do iloczynu”?
12. „Z dowolności wyboru s , pokazaliśmy”?
13. Na tej samej stronie Autor pisze, że jego twierdzenie 2.3.10 i lemat 2.3.2 pochodzą od A.T.-M. LAU i odsyła czytelnika do lematu 5.1 w pracy [LaZh]. Tymczasem wspomniany lemat LAU ma z twierdzeniem 2.3.10 i lematem 2.3.2 niewiele wspólnego.
14. W tekście roi się od koszmarnych błędów stylistycznych (dotyczy to tego rozdziału w takim samym stopniu jak i poprzednich, i kolejnych). Na przykład na stronie 22 czytamy „Stąd używając lewostronnej niezmienniczości $\phi(fT_s) = \dots$ ”. Jest to konstrukcja typu „idąc do szkoły, przejechał mnie tramwaj” czy „usiadłszy na ławeczce lunął deszcz”, przed którą przestrzega się dzieci już w szkole podstawowej. W języku polskim (w odróżnieniu od angielskiego), imiesłowu można użyć tylko wtedy, gdy podmiot w obu częściach zdania jest taki sam. Tak więc w przedstawionych wyżej przykładach gramatyka sugeruje, że tramwaj, który przejechał narratora siedł do szkoły, a deszcz lunął usiadłszy wcześniej na ławeczce. Zdanie z rozprawy natomiast stwierdza, że $\phi(fT_s)$ równa się czemuś używając lewostronnej niezmienniczości, co oczywiście jest bzdurą, bo $\phi(fT_s)$ niczego używać nie może.⁵ Poprawne zdanie mogłoby brzmieć na przykład „używając ... otrzymujemy, że ...”. Zdanie kolejne „Tak więc, z lematu 2.8.3, miara μ jest niezmiennicza” także jest nie do przyjęcia. Powinno ono brzmieć na przykład „Tak więc z lematu 2.8.3 wnioskujemy, że miara μ jest niezmiennicza”. Tworzenie kompletnej listy tego typu błędów wykracza poza obowiązki recenzenta.

⁵Zob. też „przyjmując ... nasze definicje pokrywają się” na stronie 25.

3.2 Szczegółowe uwagi dotyczące rozdziału trzeciego

1. Dwaj główni aktorzy rozdziału 3.1, to znaczy odwzorowania $T : X \rightarrow X$ i $f : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ nazywane są funkcjami, choć odgrywają (zob. na przykład definicję 3.1.3) diametralnie różne role: T jest obiektem badanym, a f jakoś jego zachowanie mierzy. Czy nie lepiej byłoby, dla odróżnienia i zgodnie z tradycją, nazywać T operatorem czy odwzorowaniem, a f funkcją lub funkcjonałem? Uwaga ta w istocie dotyczy nazewnictwa w całej rozprawie: rozróżnianie odgrywających odmienne role obiektów jest szczególnie istotne w sytuacji gdy, jak to będzie za chwilę, Autor analizować będzie funkcje, których argumentami są funkcje, których argumentami są funkcje, których argumentami są funkcje.
2. Strona 24. Przecinek przed „oraz” jest zbędny.
3. Na stronie 25. zamiast „zbiorem w przestrzeni topologicznej” powinno być „podzbiorem przestrzeni topologicznej”.
4. Na tej samej stronie w kilku miejscach po słowie „regularna”, a przed nawiasem powinna być spacja.
5. „warunek 3.1” $\longrightarrow$ „warunek (3.1)”.
6. $\|(x - y)\| \longrightarrow \|x - y\|$.
7. Protestuję przeciwko ohydnyim skrótowcom takim jak „(rodzina przekształceń) jest f -UUAR”! Te dziwolągi nic nie wnoszą, a na pewno nie pomagają w lekturze.
8. Zdanie „Pojęcie UUAR jest nowe, jednakże ów koncept był wykorzystany przez Kirka i Goebela” jest tak uduśnione, że jego sensu jedynie się domyślam. I raczej nie jestem wyjątkiem.
9. Lemat 3.1.4 jest tak oczywisty, że nie bardzo wiem, po co Autor go tu umieścił.
10. Pisanie o „podnetach” zwykłego ciągu to językowa aberracja.
11. Ostatni akapit podrozdziału 3.1 powinien zostać przeniesiony za twierdzenie 3.1.2.
12. Moim zdaniem tytuł podrozdziału 3.2 („Jednostajnie asymptotyczna regularność”) jest błędny i powinien raczej brzmieć „Jednostajna asymptotyczna regularność”. Nie chodzi przecież o to, że regularność jest jednostajnie asymptotyczna (bo cóż by to miało znaczyć?) lecz że operator jest jednostajnie asymptotycznie regularny. Ta sama uwaga stosuje się do tytułów podrozdziałów 3.3 i 4.2.
13. „tą” $\longrightarrow$ „tę”.
14. „Wniosek z twierdzenie”?

15. Termin „odwzorowanie $(\alpha-)$ nieoddalające uśrednione” jest lichą kalką z angielskiego, brzmi po polsku tak jak to słychać i do tego nic czytelnikowi nie mówi. Nie czuję się kompetentny na tyle, by stwierdzić czy „ $(\alpha-)$ non-expansive averaged” jest w języku angielskim tworem poprawnym (zapewne jest, posługują się nim ludzie, którzy po angielsku mówią i piszą od dzieciństwa). Natomiast jestem pewien, że jego polski odpowiednik jest jedynie potworem. Nie można się było wysilić na coś bardziej informatywnego, jakoś odwołującego się do definicji, na przykład „wypukła kombinacja identyczności i odwzorowania nieoddalającego” albo (ciągle niepiękne, ale bliższe oryginałowi) „operator nieoddalający uśredniony przez identyczność”? Swoją drogą Autor raz pisze „ $(\alpha-)$ nieoddalające” a raz „ $\alpha-$ nieoddalające”.
16. „Edelstein’a” $\rightarrow$ „Edelsteina”; podobnie z O’Brienem. Apostrofu należy używać zgodnie z obowiązującymi regułami. Nie rozumiem też dlaczego przed „[EdOb]” nie ma spacji; spacji swoją drogą brak przed wielu odnośnikami do literatury.
17. W lemacie 3.2.6 brak kropki. Brak jej też przed słowem „Ciąg” w lemacie 3.2.7.
18. Strona 29. „Rozwiązując równanie $r_k \geq r_{k-1}$ ”?
19. Wydaje mi się, że celem drugiej części rozumowania jest coś znacznie więcej niż pokazanie, że „ m -ty element ciągu znika w nieskończoność”.
20. By przekonać się, że zachodzi wzór podany w piątej linijce od dołu strony 29. trzeba sprawdzić, że $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha^m}{(1-\alpha)^m} \alpha^{-n} = 1$. Ta zależność jest taka zupełnie oczywista?
21. Strona 30. Jak wiadomo ze szkoły, „człon iloczynu” to „czynnik”. Sądzę ponadto, że zamiast pisać, iż czynniki tu omawiane mają dodatnie infimum i nie rosną nieograniczenie wypadałoby ich ograniczenia górne i dolne podać.
22. W sformułowaniu lematu 3.2.8. znajdujemy określenie „uśrednione przekształcenie przekształcenia afinicznego S ”, które wcześniej nie zostało zdefiniowane (patrz też niżej).
23. Str. 31. „Power bounded operator” to nie jest „operator ograniczony w potęgze”, lecz operator, którego wszystkie potęgi są wspólnie ograniczone.
24. „Przekształcenie uśrednione afinicznego ...”?
25. Dlaczego Autor pisze „ $S(T^n)$ ” zamiast „ ST^n ”? W niczym to nie pomaga, a wręcz sugeruje, że T^n jest argumentem S .
26. „Niech T będzie α -uśrednionym dla ...”. Jak widać brak sensownej terminologii odbija się teraz Autorowi czkawką. W szczególności tę samą treść wyraża na coraz to nowe, coraz gorsze sposoby.

27. Strona 33. To, że granica jest niezależna od x nie oznacza, że jest względem x jednostajna. Autor powinien raczej powiedzieć, że od x niezależne jest tempo z jakim omawiane wyrażenie dąży do zera (jeśli przez tempo rozumiemy $\overline{\alpha}r_m 2M$).
28. Uwaga 3.2.11 nie dowodzi, że istnienie wspólnego ograniczenia potęg operatora S jest warunkiem koniecznym, by zachodziła teza twierdzenia 3.2.9. Pokazuje jedynie przykład operatora, który jest postaci (1) ale nie posiada własności (2), bo założenia twierdzenia 3.2.11 nie są spełnione. Wspólna ograniczoność potęg okazałaby się warunkiem koniecznym, gdyby Autor potrafił pokazać, że jest ona skutkiem własności (2).
29. Lemat 3.3.1. Co to znaczy, że S jest rodziną przekształceń określonych na podzbiorze C ? Skoro Autor nie podaje ich przeciwdziedzin zgaduję, że domyślnie jest nią C . Ale w takim razie ustalona terminologia to „przekształcenia zbioru C ”, a nie „przekształcenia określone na C ”. Po drugie, czy chodzi o *jakąś* rodzinę przekształceń, czy też o rodzinę *wszystkich* przekształceń? Wyjaśnia to dopiero dalsza lektura. Gdyby Autor nie tłumaczył nieudolnie z języka angielskiego, a próbował wyrazić się po polsku, sprawa byłaby jasna od początku.
30. E^* to standardowe w analizie funkcjonalnej oznaczenie przestrzeni dualnej do przestrzeni Banacha E . Używanie tego symbolu na oznaczenie przestrzeni zupełnie innej jest bardzo złym pomysłem. Protestuję także przeciwko manierze wprowadzania obiektów takich jak A^* jedynie za pomocą mało informatywnych wzorów, bez słownego wyjaśnienia. Tekst czytałoby się znacznie lepiej, gdyby Autor napisał na przykład „Niech A^* będzie przestrzenią wszystkich ograniczonych odwzorowań ze zbioru C w A ” i dopiero potem podał wzór na A^* . Dlaczego też rozprawa nie zawiera poglądowych rysunków? Operujemy pojęciami matematycznymi, rozwijając kryjące się za nimi intuicje, czy znaczkami?
31. Jak już pisałem, na stronie 31. złożenie dwóch operatorów, S i T^n , Autor oznacza $S(T^n)$, co przeszkadza w lekturze, bo sugeruje, że T^n jest argumentem S . Tu natomiast, w sytuacji, gdy T jest argumentem f , pisze fT zamiast $f(T)$, tak jakby f i T dało się złożyć. Nawet gdyby f była funkcją liniową, co dzięki uświęconej tradycji pozwalałoby opuścić nawiasy, taki zapis byłby co najmniej dwuznaczny.
32. Nie można sensownie dyskutować o tym, czy coś jest czy nie jest przestrzenią Banacha, jeśli oprócz normy nie została sprecyzowana struktura liniowa. Autor ma obowiązek to zrobić nawet jeśli struktura ta jest z grubsza oczywista.
33. Lemat 3.3.2. Pierwszy wzór w tym lemacie to monstrum. Dobre dwie godziny zajęło mi odszyfrowanie o co w nim chodzi. Przyjęło się pisać

$$A \ni x \mapsto f(x) \in B$$

na oznaczenie funkcji f przekształcającej A w B danej wzorem $f(x)$; konwencję tę przypomina też Autor we wstępie do pracy. Cóż więc może znaczyć

$$F(f) = \mathcal{S} \ni T \mapsto T \circ f(T)$$

jak nie to, że dziedziną opisywanego odwzorowania jest $F(f) = \mathcal{S}$, a jego argumentem odwzorowanie T ? Ale wtedy nic się nie zgadza, bo $F(f)$ jest przecież jednym odwzorowaniem, a $\mathcal{S}$ całą ich rodziną, a poza tym elementy $C^\star$ oznaczane były f a nie T , już nie mówiąc o tym, że jeśli argumentem jest T , to nie wiadomo czym jest $f(T)$ (czy f jest jakimś parametrem?). Otóż okazuje się, że nie: Autor ma na myśli zupełnie coś innego; chce powiedzieć, że $F(f)$ jest funkcją opisaną wzorem

$$\mathcal{S} \ni T \mapsto T \circ f(T).$$

Czy nie można było po ludzku, tak jak to zrobiłem przed chwilą, napisać, że $F(f)$ definiujemy jako funkcję daną tym wzorem? Kto ma być czytelnikiem tego typu hieroglifów? Komu się będzie chciało tak jak niżej podpisanemu przedzierać przez te wszystkie szlaczki i funkcje, których argumentami są inne funkcje, których argumentami są jeszcze inne funkcje na podzbiorze przestrzeni Banacha, która przecież zwykle jest przestrzenią złożoną z funkcji, szczególnie jeśli te zupełnie różne obiekty nazywane są często tak samo? Czytelnik napotykając na tego typu wzory zaczyna się zastanawiać czy odcyfrowywanie ich to gra warta świeczki. Czy, gdy już przedrze się przez te wszystkie zaskieki, zobaczy ciekawe twierdzenie, czy tylko kolejną żonglerkę pojęciami? Czy warto słuchać wykładu nawet na najbardziej fascynujący temat, jeśli wykładowca coś tylko burczy pod nosem?

34. „Ustalmy i ” czy „Zdefiniujmy i ”? To nie jest jedno i to samo.
35. Skoro i ma być argumentem F to powinno być elementem $C^\star$, a nie C^* .
36. Do jakiego zbioru należy T we wzorze $i(T) = \mathbb{I}_C$? Wzór ten zachodzi dla wszystkich T z jakiegoś zbioru, czy tylko dla pewnego ustalonego T ? Przed chwilą literą T oznaczano elementy $\mathcal{S}$.
37. Wzór $F^n(i)(T) = T^n$ byłby jaśniejszy, gdyby go napisać tak $[F^n(i)](T) = T^n$. Oczywiście brakuje też w nim informacji, jaki zbiór argumentów przebiega T .
38. Strona 35. Operatory z drugiej i trzeciej linii, oba oznaczone $\mathbb{I}$, działają w zupełnie innych przestrzeniach i Autor powinien je odróżniać. Przed chwilą, na oznaczenie jeszcze innego operatora identycznościowego, pisał $\mathbb{I}_C$, a teraz uznał, że indeksy są niepotrzebne?
39. „jako powyżej” i często spotykane w rozprawie „ów” zamiast „ten” to próba pisania staropolszczyzną?

40. „Równanie ... jest prawdą”?
41. Autor zapomina, że dowody oparte na zasadzie indukcji matematycznej nie sprowadzają się do sprawdzenia kroku indukcyjnego. Należy jeszcze pokazać, że teza jest prawdziwa dla choć jednej liczby naturalnej.
42. Końcowy rachunek dowodu lematu 3.3.2 ostatecznie unaocznia fakt, że p. mgr. Borzdyńskiemu nikt nie wytłumaczył do czego służy środowisko `align`. Moja świadomość wspomnianego faktu rosła oczywiście w trakcie lektury, pobudzana wzorami na stronach 17., 21., 30., 31. i im podobnymi.
43. „Niech S będzie rodziną takich a takich przekształceń. Wtedy S jest UUAR.” Pomińmy wstętnie UUAR, ale czy nie można byłoby napisać prościej: „Rodzina takich a takich przekształceń jest UUAR”? Po co „niech” i „wtedy”?
44. Strona 36. Przecinek przed „oraz” jest zbędny.
45. Autor pisze „asymptotyczna regularność przekształceń z S pociąga za sobą asymptotyczną regularność F ” a następnie dowodzi czegoś zupełnie innego. Tego mianowicie, że z faktu, iż odwzorowania z S są regularnie nieoddalające wynika, że tę samą własność ma odwzorowanie F .
46. Wydawałoby się, że TfT to wyrażenie symetryczne, ale gdzie tam: fT to w istocie $f(T)$ a TfT to $f \circ f(T)$. Ten bałagan notacyjny dobrze o Autorze świadczyć nie może.
47. „Z lematu 3.3.1” $\longrightarrow$ „Z lematu 3.3.1 wynika, że”
48. Przed chwilą Autor pisał $F^n(i)$, teraz zaś pisze F^ni i oczywiście F^nf zamiast $F^n(f)$.
49. „Widzimy, że klaruje się schemat dowodzenia ...” i „schemat podnosi twierdzenia do twierdzeń”?
50. Pomińmy wyraźne kłopoty kandydata z wysławianiem się jasno i prosto po polsku, bo powyższe zdania sugerują sprawę poważniejszą. Fundamentalnie nie zgadzam się z panem magistrem Borzdyńskim, który widzi w swoim twierdzeniu li tylko „schemat dowodzenia”. Ten cały schemat dowodzenia byłby nic nie wart⁶ gdyby nie fakt, że zbiór $A^\star$ zbudowany na podstawie rodziny S przekształceń regularnie nieoddalających ma szczególną strukturę, która sprawia, że F na $A^\star$ też jest regularnie nieoddalające. Analizę funkcjonalną można widzieć jako naukę o właściwościach zbiorów funkcji. Niemile zaskakuje mnie fakt, że adept tej dziedziny matematyki dowodzi twierdzeń, które właściwości te wyciągają na jaw, ale nie jest zdolny do refleksji nad tym co udowodnił.

⁶I w innych sytuacjach, jak zauważa sam Autor, nic nie wart się okazuje, zob. np. koniec podrozdziału 3.3., a sytuacji takich można wskazać zapewne bez liku.

51. Strona 37. Brak spacji przed nawiasami (2x).
52. „Mamy podany schemat dowodzenia można zastosować”?
53. Strona 38. „Próba rozszerzenia ... jest niemożliwa”? Nie da się nawet spróbować? „gdyż wtedy”. Kiedy?
54. „przestrzeni ..., która nie posiada ... definicji wypukłości”?
55. Strona 40. „Z twierdzenia 3.3.3 ... T jest ...”? $\rightarrow$ „Z twierdzenia 3.3.3 ... wynika, że T jest ...”.

3.3 Szczegółowe uwagi do rozdziałów czwartego i piątego

1. By skrócić listę, część uwag grupuję w następujące kategorie.
 - (a) Autor nagminnie zapomina kończyć zdania kropkami, a ich części oddzielać przecinkami.⁷
 - (b) Nie pisze „Zauważmy, że zachodzi taki a taki wzór”, lecz „Zauważmy, zachodzi taki a taki wzór”.
 - (c) Nie oddziela spacją tekstu w nawiasie od tego co poza nim.
 - (d) Konstrukcje typu „Z lematu xxx wynika, że coś jest ... ” uparcie zamienia na niepoprawne „Z lematu xxx, coś jest ...”.
 - (e) Jest nieczuły na żalosne skargi kompilatora „overfull \hbox”.
 - (f) Nie wie, że po polsku cudzysłów oznacza się tak: „wyraz”, a po angielsku na przykład tak: ‘wyraz’, i wymyśla swoje własne sposoby.
 - (g) Tak jak w poprzednich rozdziałach nie wie, do czego służy środowisko `align`.
2. Ręce mi opadają bezsilnie, gdy patrzę na to, co się dzieje w definicji 4.3.1. Autor wprowadza tu ni mniej ni więcej a „prosety” i „posety”. Nie jestem specjalistą od podstaw matematyki i nigdy nie zajmowałem się zbiorami z praporządkiem (to znaczy zbiorami z relacją zwrotną i przechodnią, która niekoniecznie jest antysymetryczna), ale jestem niemal pewien, że gdyby poszukać głębiej w literaturze, to okazałoby się, że nazywa się je właśnie tak jak napisałem wyżej, a nie „prosetami”. A już na pewno znane są w niej zbiory częściowo uporządkowane, które Autor tu chce przemianować na „posety”.
3. „Antysymetryczny proset nazywamy posetem”? Antysymetryczna jest relacja, nie zbiór!
4. Czy Autor nie wie, czy nie chce wiedzieć, że to co nazywa „singletonami” to po prostu zbiory jednopunktowe?

⁷Natomiast dowody „zakańcza” (sic!).

5. Str. 53. „Aksjomat Wyboru”?
6. Str. 54 „Także reszta warunków jest także spełniona”?
7. Str. 63 Rodzina operatorów nie może być suriekcją; może jedynie składać się z suriekcji.
8. Str. 64. „Równanie 4.5” $\rightarrow$ „Równanie (4.5)”.
9. Str. 65. Co Autor rozumie przez „ostrożną analizę”? „Równanie 4.7” $\rightarrow$ „Równanie (4.7)”.
10. Str. 71. „Hipoteza tycząca się”?
11. „Dla wygody wprowadźmy definicja”.
12. „ ψ^* –zwartym”, czy „słabo* zwartym”?
13. Str. 72. „Bycie .. wymusza ... aby były.”!!!
14. Czy w pierwszym zdaniu na stronie 75. Autor chce powiedzieć, że półgrupy przemienne posiadają półgrupy lewostronnie niezmiennicze?

4 Konkluzja

Przysłowie „Co kraj to obyczaj” ma także zastosowanie do doktoratów. W niektórych państwach recenzent ma prawo wskazać kandydatowi co powinien w rozprawie doktorskiej poprawić, nim zostanie ona oficjalnie przyjęta i wydrukowana, nawet jeśli jego ogólna ocena jest pozytywna. To wygodna opcja, pozwalająca na przykład usunąć z publicznie dostępnego przecież potem tekstu przypadkowe błędy ortograficzne i niefortunne literówki. Tego typu poprawki „to the satisfaction of the referee” czasem są drobne, a czasem wymagają poważnego przerezegowania całości.

Bardzo żałuję, że w Polsce nie ma takiego zwyczaju, bo chętnie bym zgodnie z nim postąpił. Z jednej strony raczej nie mam wątpliwości, że same omawiane wyniki matematyczne nie odbiegają zbyt swym poziomem od tych zawartych w typowych pracach doktorskich z matematyki czystej, narzędzia używane przez Autora są odpowiednio zaawansowane, a rozważania – prowadzone na wystarczająco wysokim poziomie abstrakcji, by ewentualnie uzasadnić nadanie mu stopnia doktora. Z drugiej jednak lektura rozprawy przekonała mnie, że p. mgr Borzdyński nie posługuje się sprawnie specjalistycznym, fachowym językiem analitycznym: nie zna typowych dla języka polskiego logicznych konstrukcji, myli poprawne z niepoprawnymi, posługuje się kalkami z języka angielskiego. Po drugie, nie zna obowiązującej terminologii, a tworzy językowe dziwolągi; świadczyć to może w szczególności o braku obycia w literaturze przedmiotu. Po trzecie, rozprawę przygotował niestarannie i nie przemyślał jej wystarczająco, co jest widoczne z rozdziału trzeciego niniejszej recenzji. Po czwarte, nie wykazał się chęcią, by jego tekst stał się zrozumiały dla innych; przeciwnie, na straży dostępu do niego postawił zasięki zwodniczych oznaczeń, formalnego operowania

raczej znaczkami niż jasno wyłożonymi matematycznymi ideami i nonszalancji w dowodzeniu. Sytuacji pretendenta do stopnia doktora nie polepsza też fakt, że część rozprawy zdaje się służyć tylko samej sobie, to znaczy być zbyt abstrakcyjna, oderwana od jakichkolwiek zastosowań i przez to mało ciekawa.

Nikt nie lubi pisać opinii negatywnych, a ja nie jestem od tej reguły wyjątkiem. Wobec niemożności skorzystania ze zwyczaju opisanego wyżej nie widzę jednak innej możliwości, jak wyrazić swoje zdanie, że recenzowana praca nie powinna zostać w takiej formie zaakceptowana. Jej lektura nie przekonuje mnie, by p. mgr Borzdyński zasługiwał na stopień doktora. Zdanie swe chętnie zmienię, gdy praca zostanie gruntownie przeredagowana, na przykład przy pomocy polonisty, a terminologia – uzgodniona z obowiązującą w dostępnej literaturze przedmiotu.

Adam Bobrowski
Adam Bobrowski