

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Twierdzenia o punktach stałych dla półgrup odwzorowań nieliniowych względem słabych topologii

Autor: mgr Sławomir Borzdyński
Promotor: dr hab. Andrzej Wiśnicki, prof. UP

Rozprawa doktorska prezentuje wyniki uzyskane podczas badania hipotezy postawionej w latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku przez A. T.-M. Lau, która to hipoteza w ogólnej postaci mówi, że pewna własność półgrupy (lewostronna średniowalność) może być wyrażona za pomocą specyficznej własności punktu stałego dla nieoddalających reprezentacji owej półgrupy [1]. Chociaż w wyniku badań samej hipotezy nie udało się udowodnić, w rozprawie wykazano przypadki szczególne, przy których hipoteza jest prawdziwa – między innymi dla półgrup przemiennej oraz reprezentacji regularnie nieoddalających. W szczególności pokazano istnienie nowej własności, która dla półgrup, które tę własność posiadają gwarantuje prawdziwość hipotezy Lau.

Prócz wyników związanych bezpośrednio z hipotezą Lau, powstałe techniki pozwoliły na uzyskanie nowych wyników między innymi dla przekształceń afinicznych oraz w dziedzinie retrakcji dla przekształceń nieoddalających. W tym kontekście warto wspomnieć o potwierdzeniu przypuszczenia Xu i Yamady [2] odnośnie tempa zbieżności iteracji przekształcenia uśrednionego afinicznego oraz uogólnieniu twierdzenia Brucka [3] o nieoddalającej retrakcji dla półgrup przemiennej.

Początek rozprawy skupia się na wyabstrahowaniu własności dzielonej między innymi przez półgrupy lewostronnie średniowalne i lewostronnie odwracalne (wykorzystywanej w późniejszych twierdzeniach) oraz wprowadzeniu uogólnień asymptotycznej regularności i jednostajnej asymptotycznej regularności poza przestrzenie metryczne, wraz z pierwszymi wynikami dotyczącymi punktów stałych.

Kolejna część skupia się na twierdzeniach powiązanych z retrakcjami na zbiory punktów stałych. Znajdują się tu wyniki korzystające z twierdzeń Brucka, ale także z innych technik, między innymi z wykorzystaniem centrum Czebyszewa w sposób inspirowany pracą [4].

Ostatnia część stanowi omówienie i podsumowanie hipotezy Lau, znanych i nowych przypadków szczególnych.

Część wyników została opublikowana w pracach [5], [6], [7].s

- 1) A.T.-M. Lau, Amenability and fixed point property for semigroup of nonexpansive mappings, Fixed Point Theory and Applications (in: M. A. Thera, J.B. Baillon), Pitman Research Notes Mathematical Series, 252 (1991), 303 - 313.

- 2) H.-K. Xu, I. Yamada, Asymptotic regularity of linear power bounded operators, Taiwanese Journal Of Mathematics Vol. 10, No. 2, 417-429, February 2006.
- 3) R. E. Bruck, Jr., A common fixed point theorem for a commuting family of nonexpansive mappings, Pacific Journal of Mathematics 53 (1974), 59-71.
- 4) U. Bader, T. Gähler, N. Monod, A fixed point theorem for L_1 spaces, Inventiones Mathematicae 189 (2012), 143-148.
- 5) S. Borzdyński, A. Wiśnicki, A common fixed point theorem for a commuting family of weak* continuous nonexpansive mappings, Studia Mathematica 225 (2014), 173-181.
- 6) S. Borzdyński, A. Wiśnicki, Applications of uniform asymptotic regularity to fixed point theorems, Journal of Fixed Point Theory and Applications 18 (2016), 855-866.
- 7) S. Borzdyński, Common fixed point theorems for nonexpansive mappings using the lower semicontinuity property, Colloquium Mathematicum 154 (2018), 157-165.

Stawomir Mondria

28.10.2018