Załącznik nr 3
do Uchwały Nr XXIV-38.28/20
Senatu UMCS

Zagadnienia obowiązujące na egzamin licencjacki dla studentów kierunków studiów: Matematyka oraz Matematyka w Finansach

Wstęp do logiki i teorii mnogości

1. Rachunek zdań i kwantyfikatorów.
2. Algebra zbiorów. Iloczyn kartezjański.
3. Relacje. Relacja równoważności.
4. Funkcje i ich własności.
5. Moc zbioru. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne.
6. Relacja porządku. Lemat Kuratowskiego-Zorna.

Algebra

7. Ciało liczby zespolonych, podstawowe własności, wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych.
8. Zasadnicze twierdzenie algebry.
9. Macierze. Działania na macierzach, rząd macierzy, macierz odwrotna.
10. Wyznacznik macierzy. Twierdzenie Laplace'a i twierdzenie Cauchy'ego.
11. Przestrzeń liniowa, podprzestrzeń liniowa, liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni.
12. Odwzorowania liniowe. Jądro odwzorowania, macierz odwzorowania.
13. Układy równań liniowych i metody ich rozwiązywania.
14. Podstawowe struktury algebraiczne.
15. Homomorfizmy i izomorfizmy struktur algebraicznych.

Analiza matematyczna

16. Definicja aksjomatyczna zbioru $\mathbb{R}$. Kresy zbiorów liczbowych. Zasada Archimedesa.
17. Ciąg liczbowy i jego granica. Podstawowe własności granic ciągów. Podciągi i punkty skupienia. Twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.
18. Obliczenia procentowe. Procent prosty i składany. Zastosowania.
19. Indukcja matematyczna. Proste zależności rekurencyjne.
20. Pojęcie szeregu liczbowego. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Iloczyn Cauchy'ego szeregów.
21. Granica i ciągłość funkcji jednej i wielu zmiennych. Podstawowe własności funkcji ciągłych.
22. Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Interpretacja geometryczna pochodnej. Zastosowanie rachunku różniczkowego.
23. Twierdzenia Rolle'a i Lagrange'a. Wzór Taylora dla funkcji jednej zmiennej.

24. Pojęcie funkcji pierwotnej i podstawowe metody całkowania.
25. Całka Riemanna.
26. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, pochodna kierunkowa i pochodne cząstkowe.
27. Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych.
28. Twierdzenia o funkcji uwikłanej i o lokalnym odwracaniu odwzorowań.
29. Ekstrema warunkowe.
30. Całkowanie funkcji wielu zmiennych.
31. Całki krzywoliniowe.

Analiza zespolona

32. Rzut stereograficzny i punkt ∞.
33. Podstawowe własności funkcji elementarnych w dziedzinie zespolonej.
34. Szeregi potęgowe. Promień zbieżności i koło zbieżności.
35. Różniczkowanie w dziedzinie zespolonej. Równania Cauchy'ego-Riemanna.
36. Wzór całkowy Cauchy'ego.

Równania różniczkowe zwyczajne

37. Równania różniczkowe zwyczajne, rozwiązania ogólne i szczególne, zadanie Cauchy'ego, twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania.
38. Podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych.
39. Metody rozwiązywania równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach.

Topologia

40. Definicja i przykłady metryk i przestrzeni metrycznych.
41. Pojęcie zbioru otwartego i domkniętego. Zbieżność w przestrzeni metrycznej.
42. Podstawowe typy przestrzeni metrycznych.

Geometria

43. Wektory i działania na nich określone. Iloczyn wektorowy i skalarny.
44. Równania prostych w R^2 i R^3 oraz płaszczyzn w R^3.
45. Przykłady izometrii płaszczyzny euklidesowej.
46. Przekształcenia afiniczne.
47. Parametryzacja naturalna krzywej.
48. Krzywizna i skręcenie krzywej, wzory Freneta.
49. Powierzchnie regularne, krzywizna Gaussa, krzywizna średnia.

Rachunek prawdopodobieństwa

50. Elementy kombinatoryki.

51. Klasyczna, aksjomatyczna i geometryczna definicja prawdopodobieństwa. Doświadczenie losowe, zbiór zdarzeń elementarnych.
52. Prawdopodobieństwo warunkowe. Prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń.
53. Prawdopodobieństwie całkowite. Wzór Bayesa.
54. Niezależność zdarzeń losowych.
55. Schemat Bernoulliego.
56. Zmienne losowe i ich rozkłady.

Statystyka

57. Próba prosta, przestrzeń statystyczna, charakterystyki opisowe.
58. Estymatory i ich własności.
59. Testowanie hipotez statystycznych. Pojęcie błędu I i II rodzaju.
60. Przykładowe testy parametryczne i nieparametryczne.

Na egzaminie licencjackim będą zadawane trzy pytania - dwa z powyższego zestawu 60 zagadnień i jedno pytanie z zakresu pracy dyplomowej/seminaryjnej obejmujące zagadnienia specjalizacyjne.

Przygotowując się do egzaminu student powinien zwrócić uwagę na:

1. zapoznanie się z podstawowymi definicjami i przykładami je ilustrującymi,
2. najważniejsze twierdzenia dotyczące omawianych pojęć,
3. zapoznanie się z kontrprzykładami ilustrującymi niezbędność założeń,
4. zastosowana najważniejszych twierdzeń,
5. powiązania omawianych treści z innymi działami matematyki,
6. najważniejsze punkty dowodów prezentowanych twierdzeń.