

Warszawa, 11 Lipca 2018

prof. dr hab. Wojciech Rytter
Wydział, Matematyki, Informatyki
i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego
e-mail: rytter@mimuw.edu.pl

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Adama Gągola pt.
"Lokalne własności struktur losowych w teorii unikania
wzorców "**

Problematyka pracy związana jest z kombinatoryką słów i drzew, oraz unikaniem pewnych regularności w tych strukturach. Tematyka *unikalności* w słowach jest związana z pytaniem czy dla danego wzorca istnieje nieskończenie wiele słów (równoważnie, jakieś jedno nieskończone słowo) nie zawierających wzorca. W przypadku grafów pytamy się czy istnieje etykietowanie skończonego grafu takie, że w jego efekcie każda ścieżka (jako słowo) unika wzorca. Istotnym jest rozmiar zbioru etykiet (symboli, kolorów), oraz czy ma to charakter *listowy* (dla każdego wierzchołka mamy listę dostępnych etykiet).

W obu przypadkach chcemy udowodnić czysto egzystencjalne że istnieje pewien obiekt unikający określonej regularności. W tego typu sytuacjach często jest stosowana z sukcesem metoda probabilistyczna. Ma to też miejsce w rozprawie mgra Gągola.

W przypadku słów rozważane są słowa-wzorce, elementami tych słów są zmienne reprezentujące dowolne skończone słowa niepuste. Instancją wzorca jest dowolne słowo powstające przez nadanie wartości zmiennym w skończonym alfabecie.

Rozpatrywane są słowa nieskończone (ale alfabet jest skończony) oraz skończone drzewa których wierzchołki są etykietowane symbolami. Mając dany wzorzec W pytamy się, czy istnieje nieskończone słowo nie zawierające żadnej instancji zadanego wzorca W lub w przypadku drzewa czy istnieje etykietowanie drzewo nie zawierające instancji wzorca jako etykiety ścieżki, inaczej mówiąc czy wzorzec jest *unikany*.

Problem unikalności jest rozważany w pracy dla bardzo szczególnych klas nieskończonych słów i skończonych drzew.

W przypadku słów rozważamy słowa które zawierają nieskończenie wiele wystąpień symbolu uniwersalnego (pasującego do czegokolwiek). Głównym wynikiem jest podanie dolnego oszacowania na długość wzorca względem ilości zmiennych we wzorcu tak aby był unikalny w klasie słów z symbolami uniwersalnymi. Inaczej mówiąc jeśli mamy wykładniczo długi wzorzec w stosunku

do liczby zmiennych to jest on unikalny. Wynik ten jest silnym wzmocnieniem podobnego najlepszego znanego wyniku dla unikania w słowach bez symbolu uniwersalnego.

Dowód oszacowania jest przez zaprzeczenie, używając technikę podwójnego liczenia. Zastosowano symulację algorytmu losowego próbującego skonstruować długie słowo unikające wzorca. Zakładając, że algorytm nie skonstruuje odpowiedniego słowa opisano pewną kompresję (używając symulacji algorytmu) słów otrzymując górne oszacowanie, następnie stosując nietrywialne metody analityczne otrzymano dolne oszacowanie, które jest większe od górnego co prowadzi do sprzeczności i dowodzi (nie wprost) żadaną tezę.

W przypadku drzew rozważono jedynie drzewa o ustalonej szerokości ścieżkowej k oraz prosty wzorzec postaci $W = xx$. Stosując podobne metody pokazano, że dla drzew o ustalonej szerokości ścieżkowej k istnieje uniwersalna funkcja $f(k)$ ograniczająca z dłu długość listy etykiet (kolorów) dla wierzchołków i gwarantująca etykietowanie drzewa (zgodnie z listami) tak by unikało ono (na ścieżkach) wzorca xx . Inaczej mówiąc jeśli na liście każdego wierzchołka mamy odpowiednio dużo etykiet (kolorów) to możemy poetykietować (pokolorować) drzewo listowo unikając repetycji.

Dorobek naukowy autora składa się z dwóch prac w czasopismach, których wyniki wchodziły w skład rozprawy. Mgr Gągół wykazał się w swojej rozprawie doktorskiej świetną znajomością matematyki dyskretnej. Jego rozprawa doktorska jest podsumowaniem dwóch wybitnych osiągnięć naukowych.

Rozprawa chociaż jest pod względem formalnym technicznie dobrze napisana, jednakże brak w niej nieformalnych opisów wyrabiających intuicję o co chodzi, jak również sensownych przykładów. Pomimo tego, że rozważamy grafy i drzewa, w pracy nie ma żadnych ilustracji graficznych. Napisana jest w sposób skrótowy i niezbyt strawny.

Konkluzja.

Moja ocena rozprawy jest wysoka, gdyż rozwiązano w sposób nietrywialny dwa bardzo trudne problemy.

Stwierdzam, że rozprawa magistra Adama Gągola spełnia wszystkie ustawowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim.

Wojciech Rytter