

Recenzja rozprawy doktorskiej
Adama Gągola
„Lokalne własności struktur losowych w teorii
unikania wzorców”

Prof. dr hab. Andrzej Ruciński
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

1 Tematyka

Tematyka przedłożonej do recenzji rozprawy doktorskiej mgra Adama Gągola leży na przecięciu kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Omawiane są dwa odrębne, lecz wywodzące się z tego samego źródła, problemy z zakresu ekstremalnej kombinatoryki. Ponadto łączy je wspólne narzędzie użyte w ich rozwiązaniu – algorytmiczna wersja Lokalnego Lematu Lovasza (LLL), pozwalającego skonstruować obiekty kombinatoryczne o bardzo małym prawdopodobieństwie. Pierwszym z tych zagadnień jest szacowanie minimalnej długości wzorca, którego można uniknąć w nieskończonym słowie nad danym alfabetem. Drugim – szacowanie długości list, z których można pokolorować graf nie powtarzając żadnego ciągu kolorów wzdłuż tej samej ścieżki. Oba te problemy mają długą historię. Pierwszy z nich został zapoczątkowany jeszcze przez Thuego na początku XX w. Drugi wywodzi się z głównego nurtu teorii grafów, który narodził się w połowie XIX w. wraz z postawieniem Hipotezy Czterech Kolorów.

2 Wyniki

Kandydat zawarł w rozprawie dwa interesujące wyniki, które teraz pokrótce omówię. Hipoteza Cassaigne z 1993 roku, udowodniona przez Blanche-Sadri i Woodhouse’a 20 lat później głosiła, że wzorzec p o m zmiennych jest unikalny nad alfabetem ternarnym, gdy $|p| \geq 2^m$, a nad binarnym, gdy $|p| \geq \frac{3}{2}2^m$. Pan Gągół przeniósł ten wynik w przypadku ternarnym na słowa częściowe, to znaczy takie, w których występują ‘jokery’ – dowolnie wypełnialne luki. Dodał też naturalne założenie, że każdy symbol występuje we wzorcu przynajmniej dwa razy. Ten wynik jest udowodniony w rozdziale drugim w oparciu o metodę kompresji i algorytmiczną wersję LLL autorstwa Mosera i Tardosa.

Rozdział trzeci jest w całości poświęcony unikaniu powtórzeń ciągów kolorów na ścieżkach grafu G , którego wierzchołki są pokolorowane z list. Największa moc list, dla których jest to możliwe, jest oznaczana przez $\pi_l(G)$. Alon i in. w 2002 r. wykazali istnienie stałej $c > 0$ takiej, że dla każdego grafu G , $\pi_l(G) \leq c\delta(G)^2$, gdzie $\Delta(G)$ jest maksymalnym stopniem wierzchołka w G . Kandydat analizuje ten problem dla grafów G o ograniczonej szerokości ścieżkowej, parametrem mierzącym jak bardzo struktura danego grafu przypomina ścieżkę. Głównym wynikiem tej części rozprawy jest tw. 3.3 gwarantujące istnienie funkcji naturalnej f takiej, że dla każdego drzewa T o szerokości ścieżkowej k mamy $\pi_l(T) \leq f(k)$. Ograniczenie się do drzew jest o tyle uzasadnione, że analogiczny wynik dla dowolnych grafów, nawet o szerokości ścieżkowej 2, nie jest prawdziwy (tw. 3.2). Dowód rozbity jest na serię lematów, jednak zasadnicza idea jest ta sama, co użyta w poprzednim rozdziale.

Wyniki zawarte w rozprawie ukazały się drukiem w *Annales UMCS i Electron. J. Combin.*, czasopiśmie kombinatorycznym o wysokim prestiżu międzynarodowym. Druga z prac jest wspólna z G. Joret, J. Kozikiem (promotorem pomocniczym) i P. Mickiem.

Na marginesie chciałbym dodać, że tytuł rozprawy niezbyt dobrze oddaje jej zawartość. Przecież wszystkie wyniki w niej zamieszczone są deterministyczne. Losowość pojawia się tylko w dowodach, a i tak w wersji zderandomizowanej, a więc w zasadzie w ogóle jej tam nie ma. Świadczy o tym też i to, że w całej pracy ani razu, z wyjątkiem cytowanego na początku LLL, nie pojawia się prawdopodobieństwo, ani zmienne losowe.

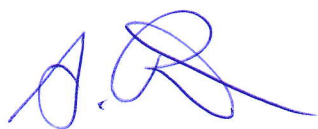
3 Uwagi

1. styl: użycie słowa ‘wynik’ dwukrotnie w tym samym zdaniu Podziękowań
2. Lemat 1.1 - bąda → będą
3. str. 6: nieporządkanych → niepożądanych
4. brak podania źródła dla algorytmu ze strony 6
5. str. 6: 1. linia algorytmu – powinno być p zamiast P
6. zdanie przed tw. 1.3: ‘wynikiem będzie dowód’ - dowód zwykle nie jest wynikiem
7. str. 10: brak definicji monoidu
8. str. 11: problem rozstrzygalności o unikalność – to nie brzmi dobrze
9. str. 12: informacja o hipotezie Cassaigne’a i jej dowodzie nie zawiera odnośników do Literatury; w ogóle w spisie literatury brak artykułu Blanche-Sadri i Woodhouse’a; brak też wzmianki, że Ochem i Pinlou także, niezależnie, udowodnili tę hipotezę
10. str. 13: błąd ortograficzny - ‘conajmniej’ (również na str. 23)
11. str. 22: niewiekszy czy nie większy ? – obie formy tu występują
12. str. 25: powinno być ‘liczby kolorów’ zamiast ‘ilości kolorów’
13. tw. 1.3, 3.3 i 3.5 to to samo twierdzenie, choć za każdym razem trochę inaczej sformułowane – to nie ułatwia czytania pracy
14. tw. 2.4 (również 1.2): brak założenia o dublowaniu zmiennych
15. str. 26: niealfabetyczna kolejność autorów przytaczanej pracy [9]
16. Literatura: kolejność nie całkiem alfabetyczna

4 Konkluzja

Wyniki naukowe uzyskane przez mgra Adama Gągola są oryginalne i reprezentują duży stopień trudności oraz wysoką wartość matematyczną. Natomiast rozprawa doktorska jest napisana niezbyt starannie, o czym świadczy choćby powyższa, wciąż zapewne niepełna, lista usterek (sugeruję korektę w formie erraty bez konieczności ponownego recenzowania). Dodatkowym mankamentem formalnym jest brak streszczenia w języku angielskim, co narusza art. 13.6 Ustawy.

Jednak nie mam wątpliwości, że przedłożona rozprawa spełnia warunki stawiane rozprawom doktorskim przez art. 13 Ustawy (o ile tylko zostanie uzupełniona o streszczenie w języku angielskim). Przy tym warunku, wnoszę o dopuszczenie Kandydata do dalszego toku przewodu doktorskiego.



Andrzej Ruciński

Poznań, 14 sierpnia 2018 r.