

Autoreferat przedstawiający osiągnięcia naukowe w związku z ubieganiem się o stopień doktora habilitowanego

Artur Dobrowolski

Spis treści

1	Ogólna charakterystyka głównego osiągnięcia naukowego	3
2	Jednolity kwadrupolowo-oktupolowy model kolektywny	8
3	Reguły wyboru dla przejść elektrycznych pomiędzy stanami o symetrii oktaedralnej	21
4	Kolektywne efekty dynamiczne w procesie rozszczepienia jąder atomowych	26
5	Podsumowanie i perspektywy kontynuacji	35
6	Dodatkowe osiągnięcia naukowe	43

Dane osobowe

1. Imię i nazwisko: Artur Dobrowolski
2. Stopnie naukowe: stopień doktora nauk fizycznych nadany uchwałą Rady Wydziału Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie, 24 kwietnia 2006 roku a także stopień doktora Uniwersytetu Ludwika Pasteura (ULP) w Strasburgu, 21 kwietnia 2006 roku w ramach polsko-francuskiej umowy o wspólnych doktoratach *co-tutelle*. Tytuł rozprawy doktorskiej: "Influence of differences in the proton and neutron distributions on nuclear fusion and fission". Promotorami doktoratu byli: ze strony polskiej (UMCS) – prof. dr hab. K. Pomorski, ze strony francuskiej (ULP-IReS) – dr hab. J. Bartel.
3. Dotychczasowe zatrudnienia: od 1 czerwca 2006 roku – roczny staż postdoktoralny w *Commissariat a l'Energie Atomique* (CEA), Bruyères-le-Châtel, Francja. Od 1 lutego 2007 roku do chwili obecnej – stanowisko adiunkta w Uniwersytecie Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki, Katedrze Fizyki Teoretycznej, Zakładzie Fizyki Matematycznej.
4. Osiągnięcie wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):
Modele ruchów kolektywnych nisko wzbudzonych jąder atomowych przy złamaniu symetrii odbiciowych.
5. Cykl publikacji odnoszących się do osiągnięcia z punktu 4:

[Hab1] A. Szulerecka, A. Dobrowolski and A. Góźdź, „Generalized projection operators for intrinsic rotation groups and nuclear collective models”, *Phys. Scr.* **89**, 054033 (2014).

[Hab2] A. Dobrowolski, A. Góźdź, A. Szulerecka, „Electric transitions within the symmetrized tetrahedral and octahedral states”, *Phys. Scr.* **T 154**, 014024 (2013).

[Hab3] A. Dobrowolski, K. Mazurek, A. Góźdź, „Consistent quadrupole-octupole collective model”, *Phys. Rev.* **C 94**, 054322 (2016).

[Hab4] A. Dobrowolski, K. Mazurek, A. Góźdź, „Influence of dipole deformations on electric transitions in ^{156}Gd nucleus”, *Acta Phys. Polon.* **B 48**, 565 (2017).

[Hab5] A. Dobrowolski, A. Szulerecka, A. Góźdź, „Electric transitions in hypothetical tetrahedral/octahedral bands”, *Acta Phys. Polon.* **B 44**, 333 (2013).

[Hab6] A. Dobrowolski, H. Goutte, J.-F. Berger, „Collective dynamics effects in fission of $^{256,258}\text{Fm}$ nuclei”, Int. J. Mod. Phys. **E 17**, 81 (2008).

[Hab7] A. Zdeb, A. Dobrowolski, M. Warda, „Fission dynamics of ^{252}Cf ”, Phys. Rev. **C 95**, 054608 (2017).

[Hab8] A. Dobrowolski, H. Goutte, J.-F. Berger, „Microscopic determination of fission barriers (mean-field and beyond)”, Int. J. Mod. Phys. **E 16**, 431 (2007).

1 Ogólna charakterystyka głównego osiągnięcia naukowego

Po obronie pracy doktorskiej 21 kwietnia 2006 roku, napisanej w ramach polsko-francuskiej konwencji o wspólnych doktoratach *co-tutelle*, kontynuowałem badania nad zagadnieniem dynamiki rozszczepienia jąder atomowych w CEA, Bruyères-le-Châtel. Tam współpracowałem z dr H. Goutte - kierowniczką grupy fizyków teoretyków oraz z prof. J.-F. Bergerem. W 2007 roku otrzymałem etat adiunkta w Katedrze Fizyki Teoretycznej, Instytutu Fizyki, Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie w Zakładzie Fizyki Matematycznej, kierowanym przez prof. A. Góździa. Od tamtej pory, moje zainteresowania naukowe rozszerzyły się dodatkowo o zastosowania teorii grup w fizyce jądra atomowego.

W niniejszym autoreferacie przedstawiłem wyniki badań otrzymane przy współpracy z prof. A. Góździem, prof. K. Pomorskim - moim promotorem rozprawy doktorskiej ze strony polskiej oraz prof. J. Bartelem - promotorem ze strony francuskiej. Współpracownicy z innych ośrodków naukowych to: prof. J. Dudek z Uniwersytetu w Strasburgu (obecnie z UMCS), dr hab. K. Mazurek z Instytutu Fizyki Jądrowej, PAN w Krakowie, prof. A. Vinitski i dr A. Gusev ze ZIBJ w Dubnej a także nasi obecni i byli doktoranci: mgr A. Szulerecka, dr A. Pędrak oraz mgr A. Zdeb.

Artykuły od [Hab1] do [Hab8] stanowią cykl publikacji, na którym oparte jest główne osiągnięcie. Z kolei, prace od [D1] do [D11], których jestem współautorem, są uzupełnieniem materiału przedstawionego w publikacjach [Hab1] – [Hab8].

Ideą przewodnią podejść kolektywnych prezentowanych w niniejszym autoreferacie jest przybliżenie, w którym efektywna powierzchnia jądrowa jest obiektem geometrycznym, opisującym punkty przestrzeni o jednakowej gęstości nukleonów. Pojęcie kształtu powierzchni jądrowej istnieje od zarania teorii jądra atomu chociaż, ściśle mówiąc, stoi w sprzeczności z postulatami mechaniki kwantowej, w szczególności z zasadą nieoznaczoności. Określenie "deformacja jądra atomowego" wprowadza się zwłaszcza w kontekście jądrowych zjawisk kolektywnych, takich jak kwadrupolowe i oktopolowe vibracje połączone z rotacją [1, 2], przejścia elektromagnetyczne pomiędzy stanami jądrowymi, momenty magnetyczne oraz własności izomerów K [3, 4] oraz wiele innych.

Powierzchnia jądrowa wykonuje ruchy dające sklasyfikować się jako drgania wokół pewnego położenia równowagi oraz rotacje wokół ustalonej osi. W poniższym autoreferacie, w pierwszej jego części, skupię się na dyskusji niskoenergetycznych wibracji jądra

atomowego połączonych z jego kolektywnym obrotem, wywołanych spójnym czasowo i przestrzennie ruchem znacznej grupy nukleonów. W ujęciu matematycznym powierzchnia taka może być rozwinięta w szereg funkcji bazowych, a zwłaszcza w szereg ortogonalnych funkcji kulistych $Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$ o multipolowości λ . Parametry deformacji jako współczynniki takiego rozwinięcia oznaczane są typowo przez $\alpha_{\lambda\mu}$, $\mu = \{-\lambda, \dots, +\lambda\}$. W przypadku samozgodnych podejść mikroskopowych, np. typu Hartree-Focka, efektywną powierzchnię jądrową można zdefiniować wprowadzając np. więzy na średnie wartości wybranych momentów multipolowych mikroskopowej gęstości nukleonów w jądrze. Z takim podejściem spotkamy się w części autoreferatu poświęconej dynamice procesu rozszczepienia jądra. Momenty multipolowe, tak samo jak wyżej wprowadzone deformacje multipolowe, mają dobrze określone własności transformacyjne względem grup symetrii, co umożliwia kontrolowanie symetrii hamiltonianów kolektywnych i ich rozwiązań własnych zdefiniowanych na zbiorach tych zmiennych.

Idea opisu własności powierzchni jądra przy pomocy skończonego zbioru parametrów deformacji nadal znajduje szerokie zastosowanie do oszacowań prawdopodobieństw rozpadów jądrowych oraz emisji promieniowania gamma, zwłaszcza ze stanów należących do pasma podstawowego oraz nisko-wzbudzonych stanów o ujemnej parzystości. Stany należące do tych pasm, będące przedmiotem mojego szczególnego zainteresowania, dają się modelować przy użyciu deformacji jądrowych typu $\alpha_{\lambda\mu}$ o parzystych albo nieparzystych multipolowościach λ . Wspomniane deformacje grają wówczas rolę dynamicznych zmiennych kolektywnych opisujących drgania powierzchni jądrowej.

Niezależnie jednak od wyżej wspomnianych rodzajów zmiennych kolektywnych, ($\alpha_{\lambda\mu}$ czy $Q_{\lambda\mu}$), szczególnie interesujący, w kontekście niniejszego autoreferatu, będzie wpływ kształtów o charakterze oktupolowym (z $\lambda = 3$) na zjawiska rozpadów jądra atomowego. W ogólności, deformacje oktupolowe są odpowiedzialne za kreowanie asymetrycznych kształtów osiowych lub nieosiowych jądra atomowego.

W pracach dotyczących spektroskopii jądrowej można znaleźć przykładowe artykuły mówiące o możliwości istnienia stabilnych stanów o charakterze nieosiowo-oktupolowym, np. [5, 6, 7, 8, 9]. Zagadnienie jądrowych drgań kolektywnych opisywane jest najczęściej w kontekście modelu hamiltonianu Bohra [10, 11], modelu oddziałujących bozonów (IBM) [12, 13], kolektywnego modelu analitycznego (AQOA) [14] oraz publikacjach [15, 16]. Stosunkowo niedawno pojawiło się kolektywne podejście oparte na hamiltonianie opisującym klastry jądrowe [17]. Autorzy tych prac ograniczają się jednak do dyskusji tylko wybranych typów drgań powierzchni w przestrzeni zmiennych oktupolowych, co nie pozwala na badanie pełnego bogactwa oddziaływań i "współzawodnictwa" między wszystkimi kolektywnymi stopniami swobody.

Jako przykład, w pracy [7] pojawiła się sugestia, że niektóre jądra atomowe mogą znajdować się w stabilnych, niskoenergetycznych stanach o deformacji tetraedralnej (opisanej deformacją oktupolową α_{32}), a nie jak do tej pory obserwowanej, elipsoidalnej czy "gruszkowatej". Hipoteza ta zakłada znikanie momentów kwadrupolowych tetraedralnie zdeformowanych pasm, co wynika z faktu, że czworościan foremny ma moment kwadrupolowy równy zero. Fakt ten znalazł się u podstaw rozważań wykonanych w ramach modelu oddziałujących pasm, przedstawionego w pracy [D1]. Jak się okazało, ten "akademicki" model może prowadzić do nietrywialnych wniosków odnośnie pewnych stosunków rozgałęzień przejść E2 w obecności oddziaływania między pasmami. Zwykle zaniedby-

wane tzw. człony niediagonalne (mieszane) w elementach macierzowych takich przejść, w przypadku małego momentu kwadrupolowego badanego pasma, mogą okazać się dominujące.

W prezentowanym autoreferacie, wpływ zmiennych oktupolowych będzie dyskutowany na bazie rozwiązań własnych hamiltonianów kolektywnych typu *cranking* jak również hamiltonianu otrzymanego w metodzie współrzędnej generującej (GCM) z gaussowskim przekryciem funkcji generujących (GOA).

Motywacją do tego, aby zbadać wpływ oktupolowości na opis wybranych ruchów kolektywnych jest fakt, że na chwilę obecną nie istnieje jednolity, uwzględniający wszystkie kwadrupolowe i oktupolowe stopnie swobody kolektywny opis spektroskopii co najmniej nisko leżących stanów jądrowych o parzystości dodatniej i ujemnej, w którym funkcje falowe jądra miałyby dobrze określone własności względem układu laboratoryjnego. Z drugiej strony, obserwuje się wciąż rosnące zapotrzebowanie ze strony eksperymentatorów na oszacowania pozwalające przewidzieć własności spektroskopowe, w szczególności, wzbudzonych pasm o ujemnej parzystości, co jest niezmiernie pomocne przy planowaniu eksperymentów.

W pierwszej części autoreferatu zaprezentowane będą, w obecności wszystkich zmiennych oktupolowych $\alpha_{3\mu}$ jako dodatku do zmiennych kwadrupolowych, realistyczne pasma wibracyjno-rotacyjne o dodatniej i ujemnej parzystości. Następnie dyskutowane będą rozpady jądra atomowego związane z emisją promieniowania γ dla takich pasm. Oczywiście jest, że deformacje kwadrupolowe i oktupolowe powinny być traktowane równoprawnie. Trzeba jednak pamiętać, że liczba możliwych modów drgających w ramach danej multipolowości λ rośnie jak $2\lambda + 1$, co już dla kwadrupola z oktupolem daje w sumie $7 + 5 = 12$ niezależnych zmiennych. Liczba tych modów zmniejszy się do dziewięciu, gdy zdefiniuje się układ wewnętrzny jądra. Jak można przekonać się, tak znaczna liczba zmiennych spowoduje trudności na poziomie dokładności rachunków numerycznych oraz właściwej interpretacji otrzymanych wyników. Rozszerzenie rozważań dodatkowo o zmienne kolektywne o wyższych multipolowościach wymaga o rząd wielkości większej mocy obliczeniowej i jednocześnie dobrego wyczucia fizyki zagadnienia.

Analizując badania poświęcone symetriom przestrzennym pola średniego można dojść do przekonania, że są one jednym z głównych czynników decydujących o ich stabilności. Każda taka symetria, zwłaszcza ta, posiadająca trójwymiarowe bądź czterowymiarowe nieprzywiedlne reprezentacje, wytwarza degenerację poziomów jednocząstkowych o tej samej krotności. To, z kolei, sprzyja grupowaniu się tych poziomów w wiązki, co w sposób oczywisty wywołuje powstawanie przerw energetycznych pomiędzy poziomami. Z tymi ostatnimi związane jest występowanie efektów powłokowych dążących do stabilizacji konfiguracji jąder o tzw. "magicznych" liczbach protonów i/lub neutronów [D2, 7]. Efekty powłokowe mogą kreować stabilne stany zdeformowane oktupolowo. Wprowadzając do rozważań tak wiele deformacji oktupolowych jak to tylko możliwe, otwiera się drogę do analizowania ważności symetrii wysokiego rzędu, takich jak tetraedralna T_d , oktaedralna O lub D_4 oraz wielu innych, które nie były osiągalne w modelach czysto kwadrupolowych lub kwadrupolowych z dodatkiem jednego oktupolowego osiowego modu α_{30} . Z drugiej strony, w rzeczywistości dysponujemy zwykle ograniczoną liczbą zmierzonych obserwacji, jak np. energii promieniowania gamma, oraz typowo kilkoma wartościami prawdopodobieństw przejść elektromagnetycznych. Jak stanie się jasne po

przeanalizowaniu wyników pokazanych w dalszej części autoreferatu, reguły wyboru dla kolektywnych przejść elektrycznych wyznaczonych dla symetrii oktaedralnej (tutaj izomorficznej z grupą tetraedralną) są zbyt słabe, aby jednoznacznie rozstrzygnąć o symetrii niskoenergetycznych stanów jądrowych. Powyższe ograniczenia przysparzają motywacji do podjęcia bardziej wnikliwych badań w tym kierunku.

Wstępne i zarazem pouczające studium tego problemu w dwuwymiarowym modelu z kolektywnym hamiltonianem typu *adiabatycznego zależnego od czasu przybliżenia Hartree-Focka* (ATDHF) w przestrzeni kolektywnych wibracji w kierunku tetraedralnym Q_{32} oraz kwadrupolowym Q_{20} [D3] wykonane zostały w 2010 r. Rozwiązując problem własny tego hamiltonianu metodą dyskretyzacji równania Schrödingera na dwuwymiarowej siatce wspomnianych momentów multipolowych, można było badać wpływ poszczególnych składników modelu, takich jak potencjał kolektywny, parametry masowe, tensor metryczny krzywoliniowej przestrzeni kolektywnej na żądane obserwable. Do obserwabli tych można zaliczyć energie stanów kolektywnych, energie oddziaływania modu kwadrupolowego i oktupolowego w członie kinetycznym hamiltonianu, tzw. deformacje dynamiczne oraz prawdopodobieństwa przejść elektrycznych. Takie uproszczone podejście jednakże nie pozwalało opisać bogactwa wzajemnych relacji między energiami poziomów, ich dynamicznymi deformacjami oraz przejściami elektromagnetycznymi, jak w modelu ze wszystkimi możliwymi strukturami oktupolowymi i kwadrupolowymi.

Stojąc przed wspomnianymi problemami i wyzwaniem, skonstruowałem od podstaw ujednolicony, kwadrupolowo-oktupolowy model kolektywnych wibracji i rotacji, dający zastosować się także do jąder o stabilnej deformacji oktupolowej. To podejście, oparte na realistycznym hamiltonianie w dziewięciowymiarowej przestrzeni zmiennych kolektywnych umożliwia, oprócz wyznaczania prawdopodobieństw przejść elektromagnetycznych pomiędzy dowolną parą stanów, także rozpoznawanie symetrii oraz pełnej struktury wibracyjnej i rotacyjnej stanów kolektywnych.

Rozwijając wspomniany model, byłem świadomy istnienia niejednoznaczności rozwiązań własnych w układzie laboratoryjnym, które pojawiają się, gdy na przestrzeń wewnętrznych zmiennych kolektywnych narzuca się dodatkowe warunki wiążące te zmienne. Jakkolwiek zagadnienie to, zwane *symetryzacją*, zostało w przeszłości dokładnie przeanalizowane w przypadku modelu czysto kwadrupolowego, to obecność dodatkowych zmiennych oktupolowych oraz ograniczeń nań narzuconych wymusza znaczne modyfikacje stosowanego tam podejścia. W żadnym z dotychczas stosowanych kolektywnych modeli kwadrupolowo-oktupolowych zagadnienie symetryzacji nie było brane pod uwagę. Prace nad uogólnieniem symetryzacji na zmienne oktupolowe, rozpoczęte w 2008 roku, doprowadziły do systematycznego rozwiązania problemu dzięki wprowadzeniu tzw. grupy symetryzacji [D4], wyznaczonej w oparciu o formalizm tzw. grup symetrii wewnętrznych, opisanych dokładnie w podręczniku [18]. Najbardziej przydatne własności takich grup zostały przytoczone, np. w pracy [D5]. Analizy przeprowadzone w pracy [Hab1] pokazują, między innymi, że w przypadku przestrzeni kwadrupolowo-oktupolowej z rzeczywistymi deformacjami oktupolowymi, grupą symetryzacji jest grupa D_{4y} z osią OY jako główną osią obrotu. Formalizm grup wewnętrznych będący mocnym narzędziem do badania zachowania się dowolnych układów fizycznych w odniesieniu do wewnętrznego układu współrzędnych jest jednak wciąż niedostatecznie wykorzystywany w nauce. Wspomniane podejście służące zapewnieniu jednoznaczności stanom kwantowym w ukła-

dzie laboratoryjnym nie jest jedyne. Znane jest także alternatywne podejście bazujące na przekonaniu, że jedyną grupą symetryzacji dla wszystkich modeli kolektywnych jest grupa oktaedralna, związana z obrotami układu współrzędnych względem jądra z jednocześnie permutacjami etykiet osi $\{OX, OY, OZ\}$ tak, aby za każdym razem otrzymać prawoskrętny układ współrzędnych (patrz np. podręcznik [19]). To podejście, zastosowane pierwotnie w modelu hamiltonianu Bohra pozostawia niezmienną oktaedralną grupę symetryzacji [20], niezależnie od warunków narzuconych na współrzędne kwadrupolowe i/lub okupolowe. Jednakże w modelach kwadrupolowo-oktupolowych, wspomniana grupa oktaedralna narzuca zbyt silne warunki na przestrzeń rozwiązań własnych hamiltonianu, co w efekcie może prowadzić do wykluczenia części fizycznie istotnych rozwiązań. Ważne jest także, aby precyzyjnie odróżniać grupę symetryzacji od grupy symetrii hamiltonianu w przestrzeni zmiennych wewnętrznych, która związana jest z symetrią powierzchni jądra. Każda z obydwu tych grup dotyczy innego aspektu modelu.

Kolejnym istotnym zagadnieniem podczas dyskusji jąder o kształtach odbiciowo-niesymetrycznych jest występowanie oscylacji środka masy względem początku układu współrzędnych. Aby zminimalizować konsekwencje tych oscylacji na interesujące nas obserwabie fizyczne, przedyskutowany został wpływ indukowanych przez zmienne oktupolowe kształtów dipolowych z $\lambda = 1$ na potencjał kolektywny w otoczeniu stanu podstawowego jądra ^{156}Gd oraz na operatory przejść elektrycznych $\hat{Q}_{1\mu}$. W szczególności, zbadano prawdopodobieństwa przejść $B(E1)$ pomiędzy niskoleżącymi stanami o ujemnej parzystości a kwadrupolowo zdeformowanym pasmem stanu podstawowego z udziałem i bez udziału tych indukowanych zmiennych w operatorach $\hat{Q}_{1\mu}$.

Przedstawiony model zastosowano dla jądra ^{156}Gd , które w ostatnich latach było dokładnie badane doświadczalnie pod kątem występowania stanów kolektywnych o wysokiej symetrii tetraedralnej [21, 22]. Przewidywania teoretyczne [7] wskazywały, że należy ono do grupy jąder z silnymi efektami powłokowymi właśnie w kierunku deformacji tetraedralnej.

Zmienne oktupolowe, opisujące asymetrię odbiciową względem pewnych szczególnie wyróżnionych płaszczyzn, są również nieodzowne do dyskusji asymetrii w rozkładach fragmentów rozszczepienia, typowych dla niektórych jąder aktynowców. Przypomnę, że proces rozszczepienia, zwłaszcza spontanicznego, jest jednym ze sposobów rozpadu nisko wzbudzonych jąder atomowych, któremu towarzyszyć może emisja lekkich cząstek oraz kwantów gamma. Czas życia jądra ze względu na ten proces zależy, między innymi, od "statycznych" własności bariery potencjału, takich jak jej wysokość i szerokość oraz własności "dynamicznych" układu, wyrażonych przez parametry bezwładności jądra.

Podstawy kolektywnego opisu dynamiki procesu rozszczepienia jądra atomowego rozważanego w tym autoreferacie podane zostały w 2005 roku w pracy [23]. Głównym punktem tego podejścia jest rozwiązywanie czasowo-zależnego równania Hilla-Wheelera w dwuwymiarowej przestrzeni zmiennych kolektywnych $\{Q_{20}, Q_{30}\}$, opisujących odpowiednio kwadrupolowe i oktupolowe osiowe momenty jądra. Stosując przybliżenie gaussowskiej formy przekrycia funkcji generujących (GOA) w połączeniu z metodą współrzędnej generującej (GCM), ten skomplikowany układ równań przekształca się w typowe czasowo zależne równanie Schrödingera z kolektywnym hamiltonianem, podobnym co do formy matematycznej do wspomnianego wcześniej hamiltonianu w przybliżeniu ATDHF, użytego do badania rozpadów gamma w jądrze ^{156}Gd . Ten sam hamiltonian kolektywny jest

również generatorem ewolucji czasowej pakietu falowego w przestrzeni $\{Q_{20}, Q_{30}\}$, opisującego początkowy stan jądra dążącego ku rozszczepieniu. W dalszej części autoreferatu przedstawione będą rozkłady mas fragmentów rozszczepienia otrzymane w ramach tego modelu dla izotopów ^{256}Fm , ^{258}Fm i ^{252}Cf . Dla jądra ^{252}Cf przebadane zostały szczególnie również zależności tych rozkładów od własności stanu początkowego, takich jak energia, parzystość, sposób tworzenia paczki falowej.

W końcowej części autoreferatu przedstawiony zostanie uproszczony model rozszczepienia jądra atomowego, dopuszczający występowanie drgań powierzchni jądrowej prostopadłych do ścieżki do rozszczepienia. Podejście to zostało zastosowane w dwóch jądrach aktywnych: ^{238}U i ^{226}Th . W jądrach tych doliny energetyczne wzdłuż ścieżek do rozszczepienia są dosyć wyraźnie zarysowane, co może uwydatnić spodziewany efekt zmiany wysokości efektywnej bariery na rozszczepienie.

2 Jednolity kwadrupolowo-oktupolowy model kolektywny

Kształt powierzchni jądrowej w wewnętrznym układzie odniesienia zdefiniowany jest, jak wspomniałem, za pomocą standardowych multipolowych parametrów deformacji typu $\alpha_{\lambda\mu}$ w bazie funkcji kulistych zależnych od kątów $\{\theta, \varphi\}$. Takie rozwinięcie, zdolne odtworzyć ogromną liczbę fizycznie istotnych kształtów jądrowych, było efektywnie stosowane od wielu dziesięcioleci, np. w pracach [24, 25, 26] i wielu innych. Ponieważ układ wewnętrzny zdefiniowany jest tak samo jak w przypadku czysto kwadrupolowego hamiltonianu Bohra, to pełna przestrzeń kolektywna ze wszystkimi modami oktupolowymi, kątami Eulera i dwiema współrzędnymi kwadrupolowymi tworzą 12-wymiarową ($7+3+2=12$) przestrzeń kolektywną. Aby skutecznie prowadzić numeryczne obliczenia np. elementów macierzowych hamiltonianu w tej przestrzeni, konieczne jest zredukowanie liczby jej wymiarów np. przez narzucenie warunków na zerowanie się części urojonych wszystkich zmiennych oktupolowych. Jak zostało pokazane w artykule [Hab1], narzucenie takich warunków na zmienne powoduje, niestety, zawężenie klasy dyskutowanych kształtów kwadrupolowo-oktupolowych jądra. Innymi słowy, nie istnieje jedno-jednoznaczna transformacja z przestrzeni zespolonych zmiennych typu $\tilde{\alpha}_{3\mu}$ do odpowiedniej przestrzeni zmiennych rzeczywistych, $\alpha_{3\rho}$, bez konieczności narzucania dodatkowych warunków na części rzeczywiste i/lub urojone tensora $\tilde{\alpha}_{3\mu}$. Zauważmy, że powyższe wnioski są słuszne zarówno dla tensorów multipolowych względem grupy wewnętrznej jak też laboratoryjnej. W szczególnym przypadku, gdy dopuścimy, że $\text{Im}(\tilde{\alpha}_{3\kappa}) = 0$, $\kappa = 1, 2, 3$ (pierwszy wiersz wyrażenia (5) pracy [Hab1]), zbiór rzeczonych transformacji utworzy grupę D_{4y} , czyli grupę symetryzacji prezentowanego modelu kwadrupolowo-oktupolowego. Elementy macierzowe hamiltonianu rotacyjnego w przestrzeni kątów Eulera mogą być wyznaczone całkowicie analitycznie.

Jak wspomniano we wstępie, z uwagi na to, że hamiltonian kolektywny jak i jego rozwiązania własne, wyrażone przez deformacje typu α i kąty Eulera Ω , zdefiniowane są w przestrzeni wewnętrznej jądra, pojawia się problem jednoznaczności stanów własnych w układzie laboratoryjnym, w którym jądro jest obserwowane. Aby wyznaczyć prawdopodobieństwa przejść elektromagnetycznych w układzie laboratoryjnym, potrzebna jest

transformacja pomiędzy nim a układem wewnętrznym. Jednakże transformacja taka jest, w ogólności nieodwracalna a w konsekwencji, niejednoznaczna. Istnieje jednak metoda, zwana w skrócie symetryzacją, oparta na formalizmie grup wewnętrznych (grupę taką zapisuje się z "kreską" ponad jej oznaczeniem), pozwalająca zapewnić jednoznaczność tej transformacji. Metoda ta wiąże się ściśle z tzw. grupą symetryzacji $\overline{G_s}$, przedstawioną w szczególności w pracy [Hab2]. W modelu hamiltonianu Bohra, wszystkie człony tego hamiltonianu są niezmiennicze względem oktaedralnej wewnętrznej grupy symetrii $\overline{O_h}$. Grupa ta nie jest oczywiście jedyną grupą symetrii tych hamiltonianów. Pełna grupa symetrii hamiltonianu jest iloczynem prostym wszystkich znalezionych symetrii hamiltonianu i może znacznie różnić się od grupy symetryzacji. Bardziej formalne rozważania na ten temat zawarte są w pracy [27].

Aby przetransformować np. sferycznie symetryczny hamiltonian pięciowymiarowego oscylatora harmonicznego wyrażonego początkowo w układzie laboratoryjnym do układu wewnętrznego, należy zastosować wspomnianą transformację pomiędzy układami. Transformacja ta, z uwagi na obecność dodatkowych warunków na zmienne kolektywne definiujących układ wewnętrzny, redukuje liczbę niezależnych wibracyjnych stopni swobody. W następstwie, grupa symetrii $SO(3)$ hamiltonianu zdefiniowanego w laboratorium redukuje się w układzie wewnętrznym do grupy oktaedralnej, która tylko przypadkowo pokrywa się z grupą symetryzacji. W tym kontekście, grupa symetryzacji $\overline{G_s}$ może być traktowana jako minimalna grupa symetrii hamiltonianu, jaki da się zbudować z wewnętrznych zmiennych $\{\alpha, \Omega\}$. Zauważmy, że transformacja ta działa jednocześnie na zmienne $\{\alpha\}$ i $\{\Omega\}$. Z drugiej strony, grupa symetryzacji zapewnia, że wszystkie zsymetryzowane rozwiązania własne mają znaczenie fizyczne w układzie laboratoryjnym.

Klasyczny sposób konstruowania spójnych podejść kolektywnych polega na zdefiniowaniu odpowiedniego hamiltonianu względem układu laboratoryjnego, tj. przy użyciu współrzędnych laboratoryjnych a następnie przetransformowaniu go do układu wewnętrznego. W przypadku członu kinetycznego standardowego hamiltonianu Bohra powstałego z prostego pięciowymiarowego hamiltonianu oscylatora harmonicznego w zmiennych $\alpha_{2\mu}^{lab}$, ($\mu = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$), po przetransformowaniu go do układu laboratoryjnego, dostajemy cztery człony. Trzy z nich opisują drgania powierzchni w kierunkach β i γ a czwarty opisuje rotacje jądra, sparametryzowaną kątami Eulera. Ścisły rachunek daje również człony sprzęgające obydwie ruchy, jednakże przy pewnych założeniach można je zaniedbać.

Podobne postępowanie według przedstawionego wyżej schematu było przedmiotem badań teoretycznych opublikowanych np. w pracach [28, 29], które zaowocowały jawnymi postaciami hamiltonianów kolektywnych. Niestety, ich formy są zbyt skomplikowane, aby można je było obecnie zastosować do praktycznych rachunków.

W przeciwieństwie do wyżej naszkicowanego pomysłu, w artykule [Hab3] kolektywny wibracyjno-rotacyjny hamiltonian w dziewięciowymiarowej przestrzeni kolektywnej definiowany jest od początku w układzie wewnętrznym przy zastosowaniu przybliżenia adiabaticznego. To ostatnie pozwala na rozseparowanie ruchów wibracyjnych i rotacyjnych. Taka separacja jest uzasadniona dzięki różnicy (1 do 2 rzędów wielkości) w skalach energetycznych obydwu typów ruchów.

Dysponując doświadczeniem zdobytym dzięki analizom wspomnianego wcześniej dwu-wymiarowego kwadrupolowo-oktupolowego modelu kolektywnych drgań jądrowych, za-

proponowane zostało dodatkowe przybliżenie, gdzie w członie kinetycznym hamiltonianu ruchy kwadrupolowe i oktupolowe są całkowicie rozsprężone. Takie przybliżenie wydaje się być uzasadnione, ponieważ niediagonalne składowe pełnego kwadrupolowo-oktupolowego tensora masowego odpowiedzialne za to sprzężenie są średnio, o rząd wielkości mniejsze od najmniejszej składowej diagonalnej tego tensora w okolicach stanu podstawowego. Zatem pełna sześciowymiarowa przestrzeń zmiennych wibracyjnych dla funkcji parametrów masowych może być traktowana jako iloczyn tensorowy dwóch niezależnych przestrzeni: kwadrupolowej i oktupolowej. To pozwala na rozważanie członów kinetycznych: kwadrupolowego i oktupolowego zupełnie osobno. Przypomnę, że niediagonalne składowe pełnego kwadrupolowo-oktupolowego tensora masowego są funkcjami wszystkich sześciu rzeczywistych zmiennych wibracyjnych. Zaniedbując to sprzężenie, wyznacza się tylko dwa niezależne tensory masowe: pierwszy, dla ruchu czysto kwadrupolowego przyjmując, że wszystkie deformacje oktupolowe są równe zeru oraz drugi, dla ruchu czysto oktupolowego, który odbywa się dla ustalonej deformacji kwadrupolowej równej deformacji równowagi. Takie przybliżenie sprawia, że wyznaczenie tensorów masowych jest w ogóle wykonalne, przyspieszając rachunki o czynnik równy liczbie punktów siatki podprzestrzeni kwadrupolowej (typowo około 1000 do 2000).

Używając powyższego przybliżenia, można obecnie przejść do zdefiniowania pełnego hamiltonianu kolektywnego. Realistyczny, skwantowany wibracyjny hamiltonian kolektywny z parametrami masowymi zależnymi od konfiguracji wewnętrznej jest zdefiniowany w przybliżeniu ATDHF lub w skrócie *cranking*. Symetryczny mikroskopowy tensor masowy wyznaczony jest przy użyciu tego samego przybliżenia cranking [30], które było i jest nadal szeroko stosowane w fizyce jądra atomowego.

Energia potencjalna jądra w funkcji deformacji jądra wyznaczana jest zwykle przy użyciu rozmaitych zaawansowanych mikroskopowych podejść samozgodnych. Jednakże, do wyliczenia potencjału w sześciowymiarowej przestrzeni kolektywnych deformacji typu (α_2, α_3) wybrana została tradycyjną metodą makroskopowo-mikroskopową. Metoda ta, przy rozsądnym wyborze statycznego pola średniego, energii kropłowej oraz oddziaływania pairing, jest w stanie dostarczyć realistycznych oszacowań żądanej funkcji potencjału w stosunkowo krótkim czasie przy użyciu jednocześnie zaledwie kilkudziesięciu rdzeni procesorowych. W celu uzyskania omawianych wyników zastosowano pole średnie typu Woodsa-Saxona [31] z tzw. uniwersalnym zestawem parametrów [32], dopasowanym do najnowszych danych jednocząstkowych w pracy [33]. Tradycyjnie, energie i funkcje własne odpowiadające stanom jednocząstkowym są punktem startowym do rachunków poprawki powłokowej, poprawki *pairing* a także do wyznaczania tensorów masowych oraz momentów bezwładności. Na bazie otrzymanych zestawów stanów jednocząstkowych, wyznacza się następnie poprawkę powłokową, używając tradycyjnej metody Strutinskiego z członami korekcyjnymi szóstego rzędu [34]. Z kolei, poprawka energetyczna typu pairing obliczana jest tutaj w modelu BCS z rzutowaniem na dobrą liczbę cząstek [35, 36]. Ostatecznie, wiodący człon w funkcji całkowitej energii jądra symulowany jest w modelu kropłowym Lublin-Strasbourg Drop (LSD) [37], który pozwala nie tylko na odtworzenie mas jądrowych w stanie podstawowym z doskonałą dokładnością, ale także na dobre oszacowania barier na rozszczepienie jąder aktywnych, pokazanych w pracy [38].

Jak wspomniano, na skutek znacznej różnicy skal energetycznych można założyć, że

ruchy wibracyjne i rotacyjne są całkowicie rozsprężone. Hamiltonian rotacyjny $\hat{H}_{rot}(\Omega)$ zależy zatem jedynie od kątów Eulera oraz, poprzez momenty bezwładności, statycznej deformacji jądra odpowiadającej stanowi podstawowemu. Ponieważ wszystkie człony hamiltonianu kolektywnego muszą być skalarami względem grupy symetryzacji jako minimalnej grupy symetrii pełnego hamiltonianu, wygodnie jest skonstruować hamiltonian $\hat{H}_{rot}(\Omega)$ z nieprzywiedlnych tensorów względem wewnętrznej grupy obrotów $\overline{SO3}$, jak zaproponowano w pracach [39, 40]. Tensory takie można zbudować ze składowych tensorowych (sferycznych) operatorów momentu pędu, wyrażonych w układzie wewnętrznym jądra jako $\hat{J}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{J}_x \mp i\hat{J}_y)$, $\hat{J}_0 = \hat{J}_z$, sprzężonych następnie do tensorów odpowiedniej rangi poprzez standardowe współczynniki Clebscha-Gordana.

Wykorzystując nadal przybliżenie adiabatyczne, następnie konstruuje się bazę, w której proponowany pełny hamiltonian kolektywny będzie diagonalizowany. Baza ta zawiera kombinacje stanów własnych sześciowymiarowego oscylatora harmonicznego sprzężonych z funkcjami Wignera. Pełny moment pędu każdej z wibracyjno-rotacyjnych funkcji bazowych zdefiniowany jest poprzez funkcję Wignera.

Zsymetryzowane stany otrzymuje się w praktyce metodą rzutowania pojedynczej, wyjściowej funkcji wibracyjno-rotacyjnej na reprezentację $\Gamma = A_1$ (skalarną) względem grupy symetryzacji $\overline{D_{4y}}$, opisaną w artykule [Hab1]. Wynikową postać stanu bazowego oraz użytego operatora rzutowego wypisano w pracy [Hab3].

Dysponując jawnymi postaciami członów kinetycznych hamiltonianu, przechodzimy do opisu potencjału kolektywnego.

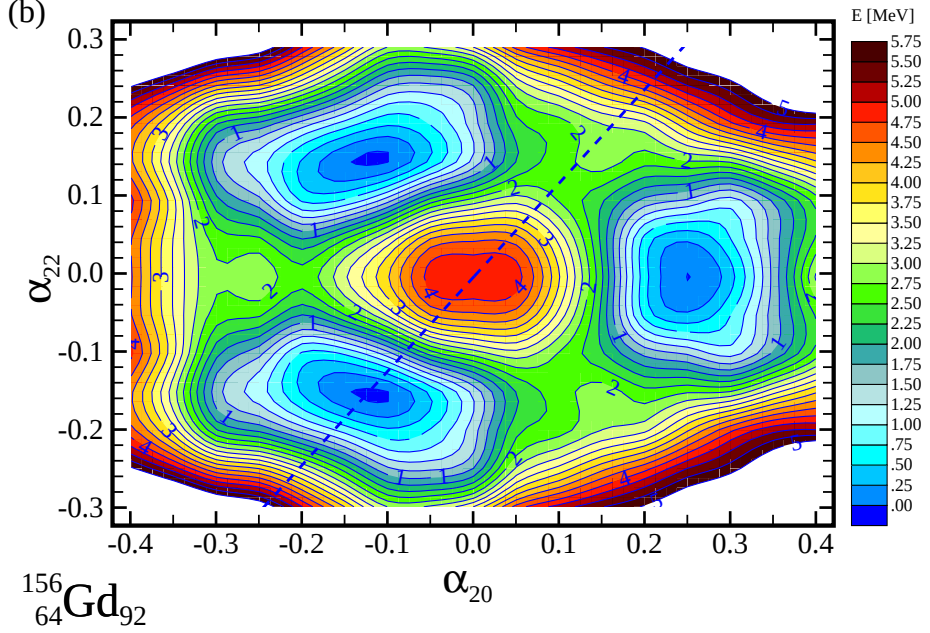
Pełna siatka wibracyjnych zmiennych kolektywnych składa się z ponad 2 milionów punktów, opisujących różne kształty kwadrupolowo-oktupolowe. Aby otrzymać wartość potencjału w dowolnym punkcie deformacji pomiędzy węzłami siatki, używam skutecznej i szybkiej metody aproksymacji, opartej na idei poprawki powłokowej Strutinskiego, opisaną w pracy [41].

Ważną cechą potencjału otrzymanego w metodzie makroskopowo-mikroskopowej jest jego zachowanie względem grupy symetryzacji. Potencjał Woodsa-Saxona użyty do wyliczenia stanów jednocząstkowych, ze względu na swoją definicję, zachowuje się pod wpływem operacji grupowych identycznie jak funkcja kształtu powierzchni jądra $R(\vartheta, \varphi)$. To samo można powiedzieć o energii części makroskopowej (kropłowej). Poprawki, powłokowa i pairing zależą tylko od energii jednocząstkowych a te, jak wyżej pokazano, zależą jedynie od deformacji potencjału. Ostatecznie, jądrowy potencjał makroskopowo-mikroskopowy jako funkcja tylko kształtu powierzchni jądrowej jest niezmienniczy (skalaryny) względem grupy symetryzacji. To oznacza, że może być on bezpośrednio zastosowany w hamiltonianie kolektywnym bez żadnych dodatkowych modyfikacji.

Warto podkreślić, że pełny hamiltonian kolektywny nie zawiera parametrów, które dopasowane byłyby do jakichkolwiek danych doświadczalnych. Parametry bazy, opisujące szerokości czynników gaussowskich, $\eta_{2\mu}$ i $\eta_{3\nu}$, stanów oscylatorowych w kierunkach $\alpha_{2\mu}$ i $\alpha_{3\nu}$ (patrz praca [Hab3]) wynikają z minimalizacji energii stanu podstawowego, natomiast parametry przesunięcia funkcji bazowych $\alpha_{2\mu}^0$ i $\alpha_{3\nu}^0$ są wyznaczone przez położenie minimum (minimów) energii potencjalnej w stosowanej przestrzeni parametrów deformacji.

W dalszej części autoreferatu pojawiają się często odwołania do łatwych w interpretacji, dwuwymiarowych przekrojów tego potencjału, otrzymanych poprzez rzutowanie

funkcji pełnego potencjału na wybrane płaszczyzny dwuwymiarowe przy warunku, że pozostałe cztery parametry deformacji równają się zero.



Rysunek 1: Energia potencjalna dla jądra ^{156}Gd na płaszczyźnie kwadrupolowej $(\alpha_{20}, \alpha_{22})$.

Na Rys. 1, prosta przerywana linia oddziela na płaszczyźnie $(\alpha_{20}, \alpha_{22})$ konfiguracje, które są identyczne ze względu na symetrie potencjału względem grupy symetryzacji $\overline{D}_{4y}$. Zauważmy, że dla prezentowanych kształtów czysto kwadrupolowych, prawdziwą grupą symetryzacji jest grupa oktaedralna $\overline{O}_h$, zawierająca grupę $\overline{D}_{4y}$. W takim przypadku, obserwuje się studnię potencjału stanu podstawowego pojawiająca się w trzech konfiguracjach kwadrupolowych: pierwsza, dla

$$(\alpha_{20}^{(gs)}, \alpha_{22}^{(gs)}) = (0.25, 0.0) \quad (1)$$

druga, dla

$$\alpha_{20}^{(2)} = \frac{1}{2} [-\alpha_{20}^{(gs)} + \sqrt{6}\alpha_{22}^{(gs)}], \quad \alpha_{22}^{(2)} = \frac{1}{4} [\sqrt{6}\alpha_{20}^{(gs)} + 2\alpha_{22}^{(gs)}] \quad (2)$$

oraz trzecia, dla

$$\alpha_{20}^{(3)} = \frac{1}{2} [-\alpha_{20}^{(gs)} + \sqrt{6}\alpha_{22}^{(gs)}], \quad \alpha_{22}^{(3)} = -\frac{1}{4} [\sqrt{6}\alpha_{20}^{(gs)} + 2\alpha_{22}^{(gs)}]. \quad (3)$$

Jeżeli dla jakiegokolwiek jądra, stan podstawowy pojawi się dla niezerowej deformacji oktopolowej, wówczas grupą symetryzacji pełnego potencjału będzie grupa $\overline{D}_{4y}$. Wtedy

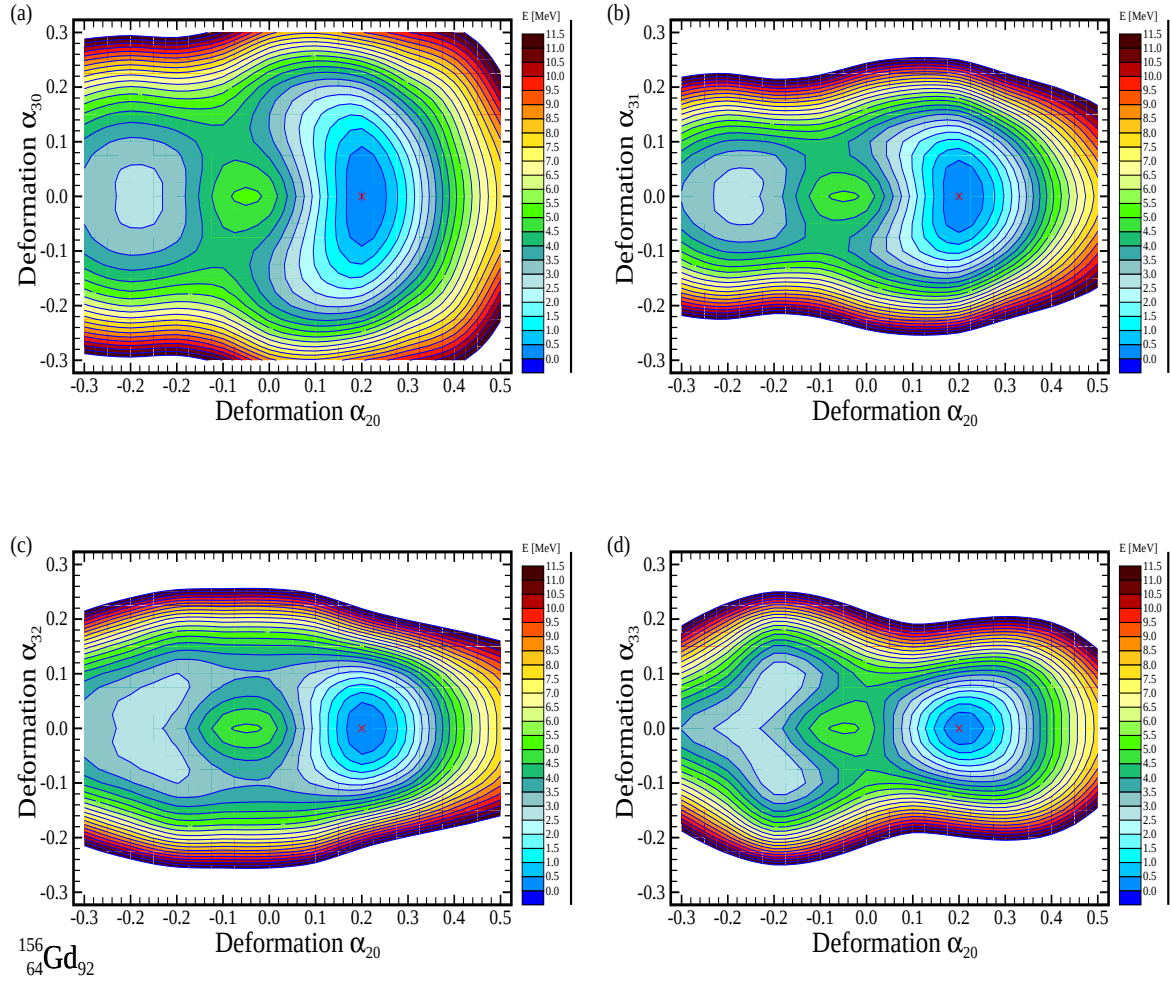
też, dla ustalonej deformacji stanu podstawowego $(\alpha_{20}^{(gs)}, \alpha_{22}^{(gs)})$, pozostała czterowymiarowa pełna przestrzeń oktupolowa rozpadnie się na podprzestrzenie, odpowiadające identycznym kształtom kwadrupolowo-oktupolowym jądra w układzie wewnętrznym.

Założmy, że punkt w przestrzeni zmiennych oktupolowych $(\alpha_{30}^{(0)}, \alpha_{31}^{(0)}, \alpha_{32}^{(0)}, \alpha_{33}^{(0)})$, zapisany przy pomocy używanych rzeczywistych zmiennych oktupolowych $\alpha_{3\nu}$, opisuje bieżącą konfigurację oktupolową. Identyczne kształty w wewnętrznej przestrzeni deformacji (obrócone względem przestrzeni laboratoryjnej) odpowiadają pozostałym siedmiu punktom poprzez $(\alpha_{30}^{(i)}, \alpha_{31}^{(i)}, \alpha_{32}^{(i)}, \alpha_{33}^{(i)})$ dla $i = 1, 2, \dots, 7$, które dostaje się zastosowanie po kolei wszystkich transformacji grupy D_{4y} na punkt $(\alpha_{30}^{(0)}, \alpha_{31}^{(0)}, \alpha_{32}^{(0)}, \alpha_{33}^{(0)})$, jak pokazano również w pracy [Hab1]:

$$\begin{aligned} & \left(-\alpha_{30}^{(0)}, -\alpha_{31}^{(0)}, -\alpha_{32}^{(0)}, -\alpha_{33}^{(0)} \right), \left(\pm\alpha_{30}^{(0)}, \mp\alpha_{31}^{(0)}, \pm\alpha_{32}^{(0)}, \mp\alpha_{33}^{(0)} \right), \\ & \text{dla } i = 1, 2, 3; \\ & \left(\pm\frac{1}{2}(\sqrt{5}\alpha_{33}^{(0)} - \sqrt{3}\alpha_{31}^{(0)}), \mp\frac{1}{4}(\sqrt{3}\alpha_{30}^{(0)} - \sqrt{10}\alpha_{32}^{(0)}), \pm\frac{1}{4}(\sqrt{10}\alpha_{31}^{(0)} + \sqrt{6}\alpha_{33}^{(0)}), \pm\frac{1}{4}(\sqrt{5}\alpha_{30}^{(0)} + \sqrt{6}\alpha_{32}^{(0)}) \right), \\ & \text{dla } i = 4, 5; \\ & \left(\pm\frac{1}{2}(\sqrt{5}\alpha_{33}^{(0)} - \sqrt{3}\alpha_{31}^{(0)}), \pm\frac{1}{4}(\sqrt{3}\alpha_{30}^{(0)} - \sqrt{10}\alpha_{32}^{(0)}), \pm\frac{1}{4}(\sqrt{6}\alpha_{33}^{(0)} + \sqrt{10}\alpha_{31}^{(0)}), \mp\frac{1}{4}(\sqrt{6}\alpha_{32}^{(0)} + \sqrt{5}\alpha_{30}^{(0)}) \right), \\ & \text{dla } i = 6, 7. \end{aligned} \quad (4)$$

W wyrażeniu (4), konfiguracje ze znakiem plus lub minus odpowiadają osobnym konfiguracjom deformacyjnym. Jak wynika z powyższego zapisu, dla ustalonej deformacji kwadrupolowej pojedynczy kształt oktupolowy dla wszystkich niezerowych parametrów deformacji $\alpha_{3\mu}^{(0)} \neq 0$, występuje dla ośmiu różnych kombinacji tych parametrów oktupolowych. Dla grupy symetryzacji $\overline{D_{4y}}$, każdy taki kształt oktupolowy może występować dla dwóch (nie trzech, jak w przypadku grupy oktaedralnej) różnych kombinacji α_{20} and α_{22} , danych przez związki (1) i (2). Ostatecznie, pojedynczy nietrywialny, kwadrupolowo-oktupolowy kształt powinien pojawić się w pełnej dziedzinie $\{\alpha_{2\nu}, \alpha_{3\mu}\}$ maksymalnie 16 razy. Znając powyższe relacje, można łatwo wyznaczyć "minimalną" podprzestrzeń fizycznie różnych kształtów jądra, możliwych do otrzymania przy użyciu kombinacji wszystkich sześciu parametrów deformacji.

W celu zbadania wpływu oktupolowych stopni swobody na powierzchnie energii potencjalnej, na Rys. 2 przedstawiono dwuwymiarowe przekroje potencjału w zmiennych $(\alpha_{20}, \alpha_{3\mu})$. Dwuwymiarowe mapy energii całkowitej jądra na płaszczyznach $(\alpha_{20}, \alpha_{3\mu})$ pokazują lekko zarysowane minima "boczne" energii dla ujemnych wartości α_{20} . Jeżeli, co widać na Rys. 2, nie ma innego minimum niż odpowiadające stanowi podstawowemu przy deformacji oktupolowej równej zero, to możemy otrzymać na mocy równości (2), (3) i (4) dokładnie dwie dodatkowe "kopie" tego minimum, obydwie także dla wszystkich $\alpha_{3\nu} = 0$. Minima te są słabo zarysowane na Rys. 2 dla $\alpha_{20} < 0$ i $\alpha_{22} = 0$. Ich prawdziwe położenia występują dla $\alpha_{20}^{(2)} \approx -0.125$ oraz znacznej wartości $\alpha_{22}^{(2)} \approx \pm 0.153$. Dla przypomnienia, Rys. 2 został wykreślony dla $\alpha_{22} = 0.0$. Powyższe obserwacje wskazują, że minima energetyczne widoczne na dwuwymiarowych przekrojach energii potencjalnej mogą często prowadzić do mylnych interpretacji, ponieważ mogą ukazywać tylko rzuty pełnych wielowymiarowych zagadnień fizycznych. W bieżącym przypadku, zarysy wspomnianych bocznych minimów na Rys. 2 opisują w rzeczywistości takie same kształty



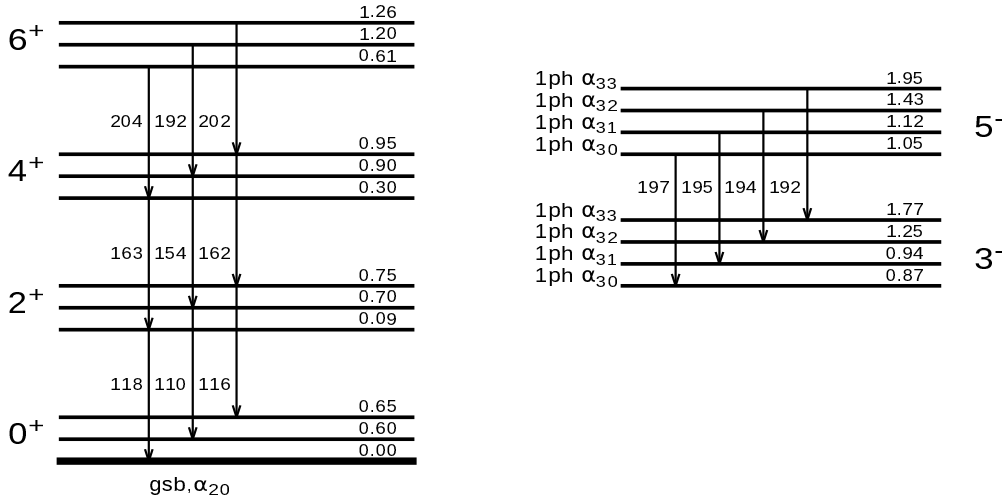
Rysunek 2: Mapy potencjału jądrowego dla jądra ^{156}Gd na płaszczyznach $(\alpha_{20}, \alpha_{3\mu})$.

kwadrupolowo-oktupolowe w układzie wewnętrznym, oparte na stanie podstawowym i obrócone względem układu laboratoryjnego.

Po zdefiniowaniu pełnego hamiltonianu kolektywnego, można przejść do rozwiązywania równania Schrödingera w zszytyzowanej bazie. Postępowanie to prowadzi do realistycznych stanów kolektywnych jądra, które następnie użyte są do wyliczania żądanych obserwacji. Analizując wyliczone i eksperymentalne wartości wewnątrzpasmych oraz międzypasmych prawdopodobieństw przejść elektrycznych, można z odpowiednio wysokim prawdopodobieństwem zidentyfikować te stany własne, które odpowiadają stanom eksperymentalnym. Z drugiej strony, analizując wyliczone i doświadczalne zredukowane prawdopodobieństwa przejść $B(E1)$, $B(E2)$ oraz energie emitowanych fotonów E_γ , można zbudować dla jądra ^{156}Gd 3 schematy poziomów energetycznych pasma stanu podstawowego oraz towarzyszącego muiskoenergetycznego pasma rotacyjnego o parzystości ujemnej i nieparzystych spinach. Każdy z powyższych schematów odpowiada eksperymentalnemu schematowi poziomów opisanemu w pracy [21] i odzwierciedla moż-

liwy scenariusz, w którym dominujące wzbudzenie jednofononowe typu $\alpha_{3\mu}$ jest uważane za podstawę takiego pasma o ujemnej parzystości.

Przypomnę, że interesujące minimum oktopolowej części energii potencjalnej pojawia się przy $\alpha_{3\mu} = 0$ dla wszystkich $\mu = \{0, 1, 2, 3\}$. Dla takiej konfiguracji oktopolowej, najbardziej prawdopodobne wzbudzenie oktopolowe może być jedno- lub trójfononowe. Te ostatnie, jak się okazało, mają energie o około 2 MeV wyższe niż wzbudzenia jednofononowe, zatem nie są tutaj rozważane. Można zaobserwować także, że poszczególne rozwiązania własne uważane dalej za jednofononowe, zawierają zaledwie nieznaczną domieszkę składowej trójfononowej tej samej multipolowości. W zależności od stanu, wielkość tej domieszki jest na poziomie 5 – 15%, zatem jej wkład do struktury pełnego stanu jest niewielki (patrz praca [Hab3]).



Rysunek 3: Schemat wyliczonych poziomów energetycznych pasma podstawowego o parzystości dodatniej (lewy schemat) i ujemnej (prawy schemat) dla jądra ^{156}Gd . Widoczne są tu serie poziomów odpowiadające danej wartości spinu w paśmie. Nad liniami symbolizującymi stany zaznaczono ich energie względem stanu podstawowego (w MeV) jak również, obok strzałek pionowych, zredukowane prawdopodobieństwa $B(E2)$ (w jednostkach Weisskopfa W.u.).

Rysunek 3 przedstawia najintensywniejsze przejścia wewnątrzpasmowe $E2$ w pasmach podstawowym oraz wzbudzonym o ujemnej parzystości otrzymane w opisywanym modelu. Obok pasma kwadrupolowego (podstawowego), zbudowanego na konfiguracji zerofononowej, można wyróżnić dwa dodatkowe pasma kwadrupolowe, oparte na wzbudzonych strukturach wibracyjnych, które leżą wyżej odpowiednio o 600 keV i 650 keV. Dla obydwu z nich, prawdopodobieństwa $B(E2)$ są rzędu 120 W.u.

Po stronie stanów o ujemnej parzystości, najniższe dwa stany 3^- na Rys. 3 zawierają jednofononowe wzbudzenia w modach α_{30} i α_{31} z tym, że to ostatnie wzbudzenie leży zaledwie około 70 keV wyżej niż pierwsze. Mod tetraedralny, opisany tutaj przez rzeczywistą zmienną α_{32} , plasuje się o około 380 keV wyżej niż najniższy oktopolowy mod osiowy α_{30} , natomiast mod nieosiowy, opisany przez zmienną α_{33} , znajduje się o prawie

900 keV wyżej od najniższego. Ostatni z wymienionych modów wydaje się być zatem mało prawdopodobnie wzbudzany. Identyczna kolejność wzbudzeń obowiązuje również dla wiązki stanów 5^- . Jak widać, w przedziale energii wynoszącym około 0.5 MeV możemy odnaleźć trzy typy jednofononowych wzbudzeń, które potencjalnie mogą być traktowane jako podstawy najniżej leżących modelowych pasm wibracyjno-rotacyjnych o parzystości ujemnej i nieparzystych spinach. Co ważne, wewnątrzpasmowe prawdopodobieństwa przejść $B(E2, 5^- \rightarrow 3^-)$ w tych modelowych pasmach, opartych na każdym z możliwych czterech wzbudzeń oktapolowych, są na podobnym poziomie 200 W.u. Fakt ten wskazuje, że części oktapolowe funkcji falowych stanów z tego pasma mają znikomy wpływ na te prawdopodobieństwa.

Porównanie energii deekscytacji otrzymanych w omawianych rachunkach z danymi z eksperymentu [21] pokazano w Tabeli 1.

Przejście	E_{γ}^{th}	E_{γ}^{exp}
$(2^+ \rightarrow 0^+)$	90 keV	88 keV
$(4^+ \rightarrow 2^+)$	210 keV	199 keV
$(5^- \rightarrow 3^-)$	180 keV	130 keV
Stan	$E^{th} - E_{GS}$	E_{γ}^{exp}
(3_{30}^-)	0.87 MeV	
(3_{31}^-)	0.94 MeV	
(3_{32}^-)	1.25 MeV	1.27 MeV
(3_{33}^-)	1.77 MeV	

Tabela 1: Energie promieniowania γ dla jądra ^{156}Gd przewidziane teoretycznie (E_{γ}^{th}) oraz zmierzone eksperymentalnie (E_{γ}^{exp}) zamieszczone w pracy [21]. Porównanie dokonano dla stanów o parzystości dodatniej i ujemnej. Zmierzona energia podstawy pasma o ujemnej parzystości 3^- wynosi 1.27 MeV. Pokazano również energie podstaw pasm modelowych względem stanu podstawowego E_{GS} , charakteryzowanych przez jeden wybrany typ jednofononowego wzbudzenia oktapolowego.

Obliczenia wykonano także dla pasma stanu podstawowego. Jak wspomniano, dla każdej parzystej wartości spinu dostępnej w modelu, $J = \{0, 2, 4, 6\}$, można odnaleźć wśród rozwiązań trzy różne struktury wibracyjne, dla których występują silne przejścia wewnątrzpasmowe $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ w granicach 110 – 118 W.u. Stany te mogą być traktowane jako podstawy trzech modelowych pasm stanu podstawowego, różniących się jedynie strukturą wzbudzeń kwadrupolowych. W najniższym stanie energetycznym tego pasma, 98 % wkładu stanowi zerofononowa funkcja kwadrupolowa ($u_0(\alpha_{20})u_0(\alpha_{22})$), gdzie jak poprzednio, u_0 są zerofononowymi rozwiązaniami jednowymiarowego oscylatora harmonicznego. Pozostałe dwie wzbudzone struktury wibracyjne są oparte głównie na stanach jednofononowych w zmiennych α_{20} i α_{22} z niewielkimi 2-, 3-, ..., 6-fononowymi domieszkami. Ich energie są odpowiednio równe 600 keV i 650 keV względem najniższego z modelowych stanów 0^+ .

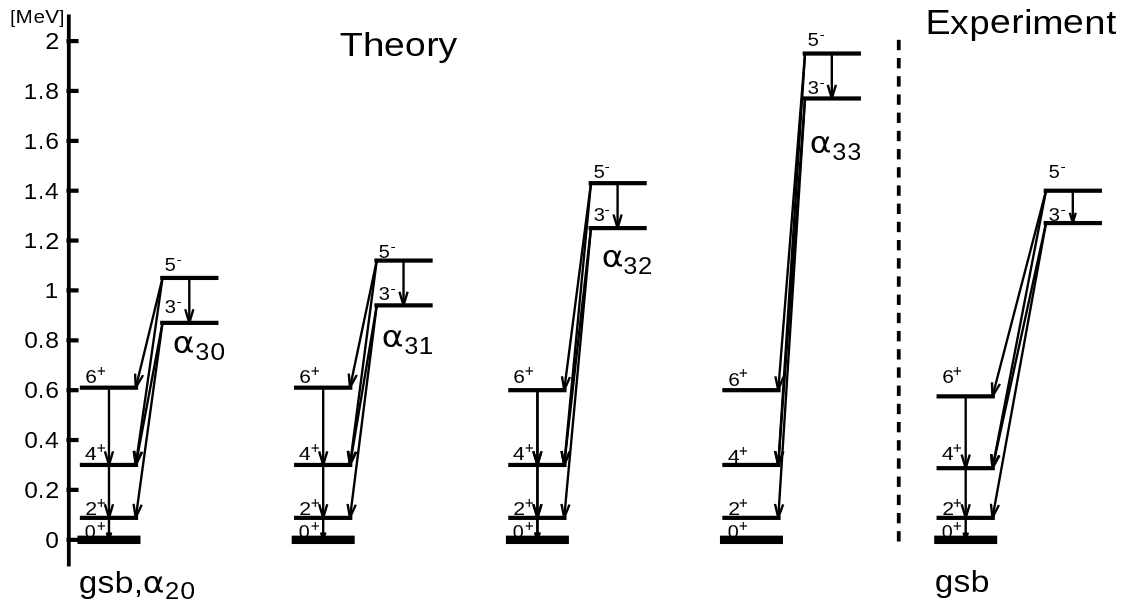
W Tabeli 2 zamieszczono prawdopodobieństwa $B(E2)$, otrzymane dla analizowanych pasm modelowych opisanych w pracy [Hab3].

Przejście	B(E2) [W.u.]		Dominujące wzbudzenie
$I_i^\pi \rightarrow I_j^\pi$	Teoria	Exp.	
$2^+ \rightarrow 0^+$	118	187(5)	
$4^+ \rightarrow 2^+$	163	263(5)	
$5_0^- \rightarrow 3_0^-$	197	293^{+61}_{-134}	$\alpha_{30} \rightarrow \alpha_{30}$
$5_1^- \rightarrow 3_1^-$	195		$\alpha_{31} \rightarrow \alpha_{31}$
$5_2^- \rightarrow 3_2^-$	194		$\alpha_{32} \rightarrow \alpha_{32}$
$5_3^- \rightarrow 3_3^-$	191		$\alpha_{33} \rightarrow \alpha_{33}$

Tabela 2: Wyliczone (Teoria) i zmierzone (Exp.) w pracy [21] prawdopodobieństwa przejść E2 dla pasm o dodatniej i ujemnej parzystości w jądrze ^{156}Gd . Typ wzbudzenia oktapolowego jest oznaczony jako "Dominujące wzbudzenie".

Wartości zredukowanych prawdopodobieństw $B(E2, 5^- \rightarrow 3^-)$ dla wszystkich modelowych pasm o ujemnej parzystości zgadzają się z wartością doświadczalną, która jednakże obarczona jest dosyć dużą niepewnością (patrz Tabela 2). Podobnie energie przejść E_γ na poziomie 180 keV pozostają w ramach akceptowalnej zgodności z wartością zmierzoną, równą 131.98 keV. Rozbieżność na poziomie około 50 keV wskazuje na konieczność uwzględnienia w przyszłości sprzężenia wibracji z rotacją, zwłaszcza w paśmie o ujemnej parzystości.

Rys. 4 przedstawia przejścia elektryczne ze wszystkich czterech modelowych pasm o ujemnej parzystości do stanu podstawowego.



Rysunek 4: Wzajemne położenia energetyczne modelowych oktapolowych pasm o ujemnej parzystości, otrzymanych w omawianym modelu na tle pasma doświadczalnego.

W kolejnym kroku, wyznacza się prawdopodobieństwa międzypasmowych przejść dipolowych $B(E1)$ pomiędzy pasmem podstawowym a wszystkimi modelowymi pasmami oktupolowymi. Przejścia te pozwolą wyeliminować ostatecznie scenariusze, dla których $B(E1)$ różnią się w stosunku do danych eksperymentalnych o więcej niż jeden rząd wielkości. Jednakże obecność kolektywnych parametrów deformacji o nieparzystych multipolowościach w definicji powierzchni jądrowej $R(\vartheta, \varphi)$, w szczególności deformacji oktupolowych, prowadzi do przemieszczania się środka masy jądra. To oznacza, że jądro obok drgań powierzchni i rotacji wokół osi, przemieszcza się periodycznie względem początku układu współrzędnych. Efekt ten jest oczywiście niepożądany.

Aby efektywnie skompensować ten efekt w przejściach elektrycznych, uwzględnia się indukowane kolektywne dipolowe (z $\lambda = 1$) stopnie swobody $\alpha_{1\rho}, \rho = \{-1, 0, +1\}$ w operatorach przejść dipolowych i kwadrupolowych. Uważa się, że parametry $\alpha_{1\rho}$ są głównie odpowiedzialne za przemieszczenie środka masy względem początku układu współrzędnych. Jednak jak pokazano w pracy [42], ich odpowiednio duże wielkości mogą także znacznie modyfikować kształt jądra, zmieniając tym samym powierzchnie energii potencjalnej jądra. Dla kontrastu, w pracy [Hab4] zbadano także wpływ przemieszczenia środka masy dla konfiguracji w sąsiedztwie stanu podstawowego normalnie kwadrupolowo zdeformowanego jądra ^{156}Gd .

Wektor środka masy $\vec{r}_{\text{CM}} = \vec{r}_{\text{CM}}(\alpha_{1\mu}, \alpha_{20}, \alpha_{22}, \{\alpha_{3\nu}\})$ jądra o masie M i gęstości nukleonów $\rho(\vec{r})$ jest złożony z wielomianów czwartego stopnia w zmiennych $\alpha_{1\mu}$ ze współczynnikami zależnymi od pozostałych deformacji kwadrupolowych i oktupolowych. Wielomiany te można rozwinąć względem zmiennych $\alpha_{1\mu}$ przy warunku $\vec{r}_{\text{CM}} = 0$.

Wyznaczone w ten sposób indukowane deformacje $\alpha_{1\mu}$ jako funkcje $\alpha_{2\nu}$ i $\alpha_{3\nu'}$, wprowadzone do równania powierzchni jądrowej powodują, że wektor wodzący tej powierzchni jest zaczepiony w układzie środka masy. Powyższe rozumowanie wskazuje również, że współrzędne kwadrupolowe i oktupolowe są wciąż jedynymi niezależnymi współrzędnymi kolektywnymi opisywanego modelu.

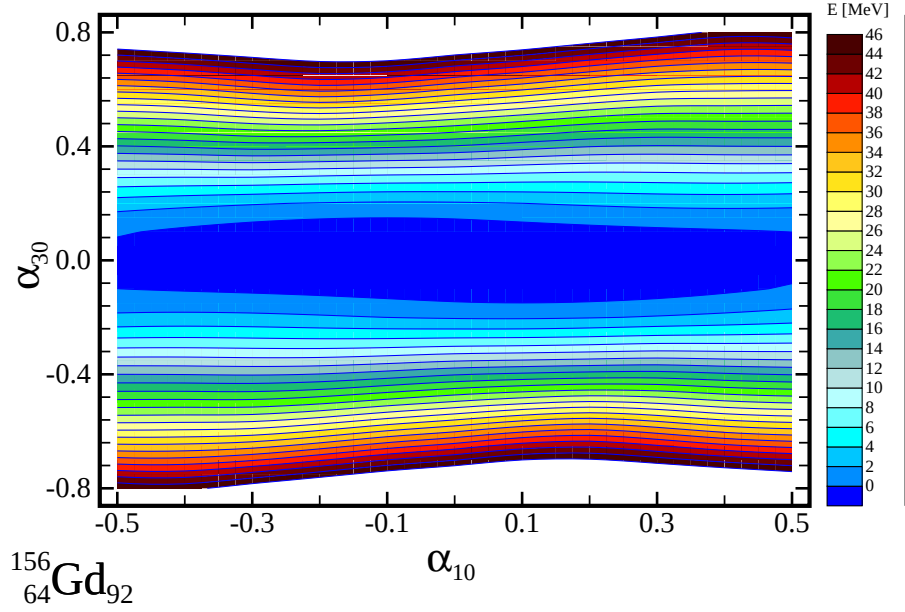
Jak wynika z Rys. 5 z pracy [Hab4], całkowita makroskopowo-mikroskopowa energia jądra ^{156}Gd w otoczeniu stanu podstawowego jest mało czuła na obecność deformacji dipolowej α_{10} przy deformacji oktupolowej α_{30} z przedziału od 0 do ± 0.20 .

To oznacza, że dla typowych wartości deformacji oktupolowych, w pierwszym przybliżeniu wpływ deformacji dipolowej α_{10} dla normalnie zdeformowanego stanu jądra polega na przesunięciu jego środka masy wzdłuż osi OZ bez znacznych modyfikacji kształtu powierzchni. Podobny wpływ wykazuje obecność nieosiowej deformacji α_{11} z tym, że przemieszczenie środka masy dokonuje się w kierunku prostopadłym do osi OZ .

Przedstawmy teraz rozwiązania równania $\vec{r}_{\text{CM}} = 0$ na sześciowymiarowej siatce deformacji $\{\alpha_{20}, \alpha_{22}, \alpha_{3\mu}\}$, otrzymanych w pracach [Hab3, Hab4].

Wyznaczone parametry α_{10} i α_{11} na skutek sprzęgania się, w ogólności, wszystkich sześciu rozważanych stopni swobody pokazane są na Rys. 6. Szczegółowe rozważania sprzężeń tensorów $\alpha_{\lambda\mu} \otimes \alpha_{\lambda'\mu'}$ ukazują, że indukowana deformacja α_{10} może być otrzymana dzięki sprzęganiu się α_{30} z α_{20} oraz α_{32} z α_{22} . Podobnie, deformacja α_{11} powstaje ze sprzężeń α_{20} z α_{31} , α_{22} z α_{31} i/lub z α_{33} .

Podsumowując, na Rys. 6 widzimy, że przyczynek do całkowitej indukowanej deformacji α_{10} powstającej ze sprzężenia $\alpha_{22} \otimes \alpha_{32}$ jest na ogół większy niż ten, otrzymany ze sprzężenia osiowych deformacji $\alpha_{20} \otimes \alpha_{30}$. Podobne rozumowanie pokazuje, że indu-

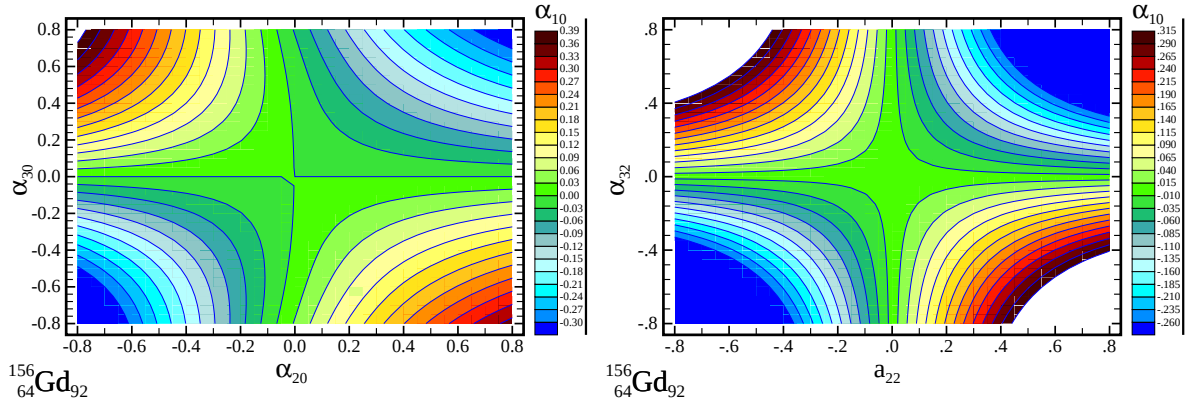


Rysunek 5: Energia potencjalna w funkcji osiowego oktopola α_{30} i osiowego dipola α_{10} dla konfiguracji stanu podstawowego jądra ^{156}Gd . Pozostałe nieosiowe deformacje oktopolowe jak również nieosiowy dipol α_{11} są równe zero.

kowany dipol α_{11} zawiera największe przyczynki pochodzące od sprzężeń $\alpha_{22} \otimes \alpha_{33}$ i $\alpha_{20} \otimes \alpha_{31}$ oraz znacznie mniejsze od sprzężenia $\alpha_{22} \otimes \alpha_{31}$. Oczywiście jest, że w wybranym stanie kolektywnym, prawdziwy udział powyższych sprzężeń zależy również od struktury fononowej tego stanu.

Dla jądra złożonego z A nukleonów i Z protonów i efektywnym promieniu rozkładu protonów $R_0 \approx 1.2 A^{1/3}$, operatory przejść dipolowych, $\hat{Q}_{1\nu}$, wyrażone w układzie wewnętrznym jądra, dane są w postaci rozwinięć do drugiego rzędu, jak pokazano w podręczniku [43]. Człony pierwszego rzędu proporcjonalne są do $\alpha_{1\nu}$, natomiast człony drugiego rzędu zawierają dyskutowane powyżej sprzężenia $\alpha_{2\rho} \otimes \alpha_{3\kappa}$. Aby badać prawdopodobieństwa przejść $B(E1)$ bez korekty ze względu na przemieszczenie środka masy, indukowane deformacje dipolowe $\alpha_{1\nu}$, jako człony pierwszego rzędu w operatorze $\hat{Q}_{1\nu}$, powinny być przyjęte jako równe zero.

Wartości prawdopodobieństw przejść $B(E1)$ są zestawione w Tabeli 3. Wartości doświadczalne wzięte są z pracy [21]. Wartości w nawiasach okrągłych otrzymane są bez poprawki na przemieszczenie środka masy. Ważnym wnioskiem z Tabeli 3 jest fakt, że jeżeli indukowane deformacje dipolowe nie są uwzględniane w operatorze przejścia, to wartości prawdopodobieństw $B(E1)$, wypisanych w nawiasach okrągłych w Tabeli 3, obniżają się średnio o ponad połowę w stosunku do policzonych z obecnością deformacji $\alpha_{1\rho}$. Podczas wyznaczania prawdopodobieństw $B(E1)$, problem przemieszczenia środka masy w modelu kwadrupolowo-oktopolowym nie może być zatem pominięty. Dla prawdopodobieństw przejść wewnątrzprasmowych $B(E2)$, przeciwnie, poprawka ze względu na ten efekt wynosi zaledwie kilka jednostek Weisskopfa, co zmienia typowe wartości



Rysunek 6: Zależność indukowanej deformacji α_{10} od oktopolowych i kwadrupolowych zmiennych α_{30} , α_{32} , α_{20} , α_{22} .

Przejście	Teoretyczne $B(E1)$ [10^{-3} W.u.]				
$I_i^\pi \rightarrow I_j^\pi$	α_{30}	α_{31}	α_{32}	α_{33}	Exp.
$3^- \rightarrow 2_1^+$	58 (33)	37 (14)	0.36 (0.23)	0.006 (0.0056)	0.98(21)
$3^- \rightarrow 4_1^+$	81 (46)	51 (20)	0.51 (0.33)	0.0087 (0.0083)	0.77(16)
$5^- \rightarrow 4_1^+$	66 (38)	42 (17)	0.41 (0.27)	0.0072 (0.0071)	$0.85^{+0.19}_{-0.38}$
$5^- \rightarrow 6_1^+$	81 (46)	51 (21)	0.53 (0.33)	0.0081 (0.0078)	$0.64^{+0.14}_{-0.29}$

Tabela 3: Wyliczone i zmierzone (Exp.) zredukowane prawdopodobieństwa międzypasmowych przejść $E1$ dla jądra ^{156}Gd w dyskutowanym modelu. Symbole $\alpha_{3\mu}$ oznaczają typ dominującego jednofononowego wzbudzenia oktopolowego jako podstawy pasma o ujemnej parzystości.

tych przejść o około 1 – 3 %.

Trzeci z teoretycznych schematów poziomów energetycznych (reprezentowany w Tabeli 3 w kolumnie czwartej), jako najbardziej korzystną podstawę swojego pasma, ma najniższą energetycznie strukturę kwadrupolową, natomiast towarzyszące mu pasmo oktopolowe zbudowane jest na jednofononowym wzbudzeniu typu tetraedralnego (α_{32}). Ten scenariusz dobrze odtwarza dwa z czterech eksperymentalnych prawdopodobieństw $B(E1)$, obarczonych dosyć dużą niepewnością. Prawdopodobieństwo $B(E1, 5^- \rightarrow 4_1^+)$ znajduje się nieznacznie poza przedziałem ufności a $B(E1, 3^- \rightarrow 2_1^+)$ jest około dwukrotnie za małe w stosunku do zmierzonego w eksperymencie. Jeżeli zatem poprawka na środek masy zostanie zaniedbana, otrzymane w ramach tego schematu wartości $B(E1)$ będą jeszcze bardziej odbiegać od zmierzonych. Jak wynika z Tabeli 1, schemat ten zadowalająco odtwarza również energie przejść E_γ .

Jeżeli, jak wyżej, podstawą pasma stanu podstawowego (stanów końcowych) jest

wibracyjna struktura zerofononowa, rząd wielkości elementów macierzowych przejść $E1$ jest zapewniany głównie przez amplitudy wzbudzeń jednofononowych typu α_{30} oraz α_{31} w stanie początkowym o ujemnej parzystości. Obecność pozostałych dwóch wzbudzeń oktopolowych α_{32} i α_{33} wpływa nieznacznie na wartość tego elementu macierzowego. W dyskutowanym stanie tetraedralnym sumaryczny udział obydwu wzbudzeń α_{30} i α_{31} nie przekracza 10 %.

Zagadnieniem wartym zbadania jest także wpływ parametrów masowych na prezentowane wyniki końcowe. W tym celu dokonano dodatkowo diagonalizacji uproszczonego hamiltonianu, powstałego poprzez zastąpienie zależnego od deformacji parametru masowego *cranking* stałą. Jak się okazało, wartości własne tak uproszczonego hamiltonianu są bardzo bliskie wartościom własnym pełnego hamiltonianu, jednakże struktura fononowa np. jednofononowego stanu własnego tetraedralnego różni się na tyle, że prawdopodobieństwa $B(E1)$ z tego stanu do pasma podstawowego stają się niższe o 4 rzędy wielkości od tych z Tabeli 3. Obserwacja ta ponownie wskazuje na wysoką czułość zredukowanych prawdopodobieństw przejść dipolowych ze względu na pozornie nieznaczne zmiany struktur wewnętrznych stanów, początkowego i końcowego. Na obecnym etapie, wyniki dla uproszczonego modelu ze stałym parametrem masowym nie są jeszcze opublikowane. Należy podkreślić, że wybór wartości stałych parametrów masowych nie jest zupełnie dowolny, ponieważ nie może powodować łamania żądanej symetrii członu kinetycznego. Aby zachować tę symetrię, wystarczy jednak wyznaczyć jeden wspólny parametr masowy dla wszystkich czterech modów oktopolowych i jeden dla obydwu modów kwadrupolowych. Sposób ich wyznaczania polegał na uśrednieniu osobno diagonalnych składowych tensorów, kwadrupolowego i oktopolowego w stanie podstawowym.

3 Reguły wyboru dla przejść elektrycznych pomiędzy stanami o symetrii oktaedralnej

Prawdopodobieństwa przejść elektromagnetycznych, stosunki rozgałęzień przejść a także energie stanów jądrowych to główne wielkości fizyczne dostarczające informacji o własnościach spektroskopowych jądra atomowego. W poprzednim rozdziale dyskutowano model, który oferuje możliwość teoretycznego przewidywania wartości tych wielkości jak też symetrii powierzchni jądrowych związanych z danym stanem. W ramach niniejszego rozdziału pokazany zostanie inny sposób konstruowania zsymetryzowanej bazy, w której hamiltonian kolektywny mógłby być diagonalizowany. Zaletą takiej bazy jest możliwość zdefiniowania reguł wyboru rządzących przejściami elektromagnetycznymi pomiędzy dowolną parą stanów.

W artykułach [Hab2] i [Hab5] modelowane są zredukowane prawdopodobieństwa przejść elektrycznych $B(E\lambda)$ pomiędzy takimi stanami kwarupolowo-oktopolowymi, które charakteryzują się dobrze określonymi własnościami transformacyjnymi względem nieprzywiedlnych reprezentacji grup punktowych o wysokich symetriach np. grupy tetraedralnej ($\overline{T}_d$) i/lub oktaedralnej ($\overline{O}$). Na bazie elementów macierzowych operatorów przejść elektrycznych policzonych pomiędzy stanami bazowymi, można łatwo obliczyć pełne prawdopodobieństwa $B(E\lambda)$ odpowiadające realistycznym funkcjom falowym. Jak wspomniano w poprzednim rozdziale, zdeformowane kolektywne stany bazowe zdefinio-

wane są od początku w układzie wewnętrznym związanym z rotującym jądrem. Mając bazę, której funkcje transformują się względem konkretnych reprezentacji nieprzywiedlnych żądanej grupy symetrii oraz posiadają dobrze określone własności względem układu laboratoryjnego, można podjąć się rozwiązywania równania Schrödingera z realistycznym Hamiltonianem kolektywnym przy użyciu względnie niedużej liczby istotnych funkcji bazowych, odrzucając możliwe stany niespełniające warunków symetrii. Zagadnienie rozmiaru bazy staje się coraz bardziej istotne przy wzrastającej liczbie kolektywnych stopni swobody.

Jak się okazuje, dziewięciowymiarowe kwadруполово-oktupolowe (2+7) wibracyjne stany własne oscylatora harmonicznego rozpinają odpowiednią przestrzeń początkową dla właściwych stanów bazowych, otrzymywanych metodą rzutowania na wybraną reprezentację nieredukowalną żądanej grupy symetrii. Model bazy kolektywnej zawiera 12 (2+7+3) wewnętrznych zmiennych kolektywnych $\{\alpha_{20}, \alpha_{22}, \{\alpha_{3\nu}\}, \Omega\}$, $\nu = -3, -2, \dots, +3$, opisujących odpowiednio osiowy i nieosiowy mod kwadруполоwy, osiowy i 6 nieosiowych modów oktupolowych (tutaj zespolonych) oraz 3 kąty Eulera, odpowiedzialne za opis kolektywnego obrotu jądra.

Grupy symetrii wewnętrznych, oktaedralna $\overline{O}$ i tetraedralna $\overline{T}_d$, będące podgrupami grupy $\overline{O}_h$, mają po 5 reprezentacji nieprzywiedlnych Γ : A_1 , A_2 (jednowymiarowe), E (dwuwymiarowa) i T_1 , T_2 (trójwymiarowe). W powyższym używa się standardowego etykietowania reprezentacji, zaproponowanego w podręczniku [44]. Jak wiadomo, wymiarowość reprezentacji równa się stopniowi degeneracji stanów kolektywnych, transformujących się względem tej reprezentacji. Jednakże, wskutek symetryzacji względem jednowymiarowej reprezentacji skalarnej, żadna degeneracja nie jest ostatecznie obserwowana w układzie laboratoryjnym. Również w układzie wewnętrznym nie powinno obserwować się degeneracji związanej z grupą symetrii hamiltonianu równą grupie symetryzacji, gdyż stany bazowe, a zatem i pełne stany własne jako ich kombinacje, należą do nieprzywiedlnej reprezentacji skalarnej (jednowymiarowej) tejże grupy.

Wobec adiabatycznego rozseparowania kolektywnych wibracji i rotacji, pełny stan bazowy może być wyrażony przy pomocy iloczynu funkcji kwadруполоwej $\psi_{vib,2}^{\Gamma_1}(\alpha_2)$, oktupolowej $\psi_{vib,3}^{\Gamma_2}(\alpha_3)$ i rotacyjnej $R^{JM;\Gamma_3}(\Omega)$, jak przedstawiono w pracy [Hab2]. Każda z takich funkcji ψ należy tylko do jednej z wyżej wypisanych reprezentacji Γ_i grup $\overline{O}$ i/lub $\overline{T}_d$. W niniejszym modelu, grupy te są ze sobą izomorficzne. Zauważamy, że konstrukcja pełnej bazy wymaga osobnej konstrukcji każdej z funkcji $\psi_{vib,2}(\alpha_2)$, $\psi_{vib,3}(\alpha_3)$ i $R^{JM}(\Omega)$.

W przypadku funkcji kwadруполоwej $\psi_{vib,2}$, ograniczono się do stanów oscylatorowych zero- i jednofononowych o jedynej możliwej do uzyskania ze zmiennych typu α_2 parzystości dodatniej. W tym celu zastosowano uogólnioną procedurę rzutowania na wybraną reprezentację do wspomnianych dwuwymiarowych funkcji oscylatora kwadруполоwego, opisaną dokładniej w pracy [Hab1] lub w sposób ogólny w podręczniku [45]. W ogólności można przyjąć, że kwadруполоwe stany oscylatorowe przed rzutowaniem będą przesunięte w stosunku do konfiguracji sferycznej o stałe parametry, oznaczone przez $\hat{\alpha}_{20}$ i $\hat{\alpha}_{22}$. Można pokazać, że funkcje te po rzutowaniu mogą należeć do trzech reprezentacji: A_1 , A_2 , E grupy $\overline{O}$.

Podobna procedura w siedmiowymiarowej przestrzeni zespolonych zmiennych oktupolowych $\{\alpha_{3\mu}\}$ zastosowana została w celu wygenerowania oscylatorowych funkcji oktupolowych $\psi_{vib,3}^{\Gamma_2}(\alpha_3)$. Ponieważ pasma oktupolowe są zwykle uważane za wzbudzone wzglę-

dem stanu podstawowego, rzutowane funkcje oktopolowe przyjmuje się w postaci jednofononowych wzbudzeń oktopolowych o parzystości zarówno dodatniej, jak i ujemnej. Funkcje takie mogą należeć do następujących reprezentacji grupy $\overline{O}$:

- (a) A_1, T_1, T_2 , dla funkcji o parzystości dodatniej,
- (b) A_2, T_1, T_2 , dla funkcji o parzystości ujemnej.

Aby policzyć prawdopodobieństwa przejść elektrycznych w układzie laboratoryjnym pomiędzy pełnymi zsymetryzowanymi kwadrupolowo-oktopolowo-rotacyjnymi iloczynowymi stanami bazowymi, potrzebne są jeszcze funkcje rotacyjne $R^{JM;\Gamma_3}(\Omega)$, które transformują się względem reprezentacji Γ_3 i niosą całkowity moment pędu J . Takie funkcje dla danego J otrzymuje się rzutując kombinacje liniowe sprzężonych funkcji Wignera $D_{\mu\nu}^{J*}(\Omega)$ na wybrane reprezentacje Γ_3 , jak pokazano np. w pracy [D6]. Przykładowe funkcje rotacyjne $R_{\Gamma\Gamma'}^{JM}(\Omega)$, gdzie Γ oznacza reprezentację grupy $\overline{O}$, a Γ' – wybraną reprezentację grupy diedralnej $\overline{D}_2$, można znaleźć w pracy [Hab2].

Wprowadziwszy formalizm służący generowaniu bazy, można badać reguły wyboru przejść elektromagnetycznych z użyciem reprezentacji nieprzywiedlnych grupy oktaedralnej.

Założmy, że jądrowe stany laboratoryjne, początkowy $|I_1 M_1\rangle$ i końcowy $|I_2 M_2\rangle$ jako rozwiązania własne pewnego hamiltonianu kolektywnego, należą odpowiednio do reprezentacji Γ_1 i Γ_2 , natomiast tensorowy operator przejścia elektromagnetycznego $\hat{Q}_{\lambda\nu}^{lab}$, zdefiniowany w układzie laboratoryjnym, transformuje się względem Γ_Q . Element macierzowy takiego przejścia $\langle I_2 M_2 | \hat{Q}_{\lambda\nu}^{lab} | I_1 M_1 \rangle$ będzie niezerowy, gdy $\Gamma_1 \times \Gamma_Q \supset \Gamma_2$.

Niech obiekty $|I_1 M_1\rangle$, $|I_2 M_2\rangle$, $\hat{Q}_{2\nu}^{lab}$ należą odpowiednio do reprezentacji T_1 , T_2 i E . Iloczyn Kroneckera $T_1 \times E$ rozkłada się na sumę prostą $T_1 + T_2$. Ponieważ $|I_2 M_2\rangle$ transformuje się względem T_2 , taki element macierzowy będzie niezerowy. Inaczej, jeżeli $|I_2 M_2\rangle$ nie należy albo do reprezentacji T_1 albo do T_2 , wówczas takie przejście jest zabronione.

Pełną listę przejść wzbronionych w przestrzeni stanów oktaedralnych o spinach z przedziału od $J = 0$ do $J = 5$ dla wszystkich trójek reprezentacji $\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}$, spełniających warunek symetryzacji $\Gamma_1 \times \Gamma_2 \times \Gamma_3 \supset A_1$ wypisano w pracy [Hab2].

Zsymetryzowany stan o danym spinie J można otrzymać zwykle na więcej niż jeden sposobów. Jednakże, mając na celu zbudowanie konkretnego fizycznego pasma rotacyjnego, którego stany są np. połączone silnymi przejściami wewnątrzpasмовymi $E2$ i w dodatku rozpadającymi się poprzez przejścia $E1$ lub $E3$ do pasma podstawowego, można znacznie zredukować liczbę potencjalnie możliwych sposobów konstrukcji stanu przez wyselekcjonowanie tylko tych, które wiodą do stanów spełniających takie warunki. Dalsze ograniczenia w celu wybrania najbardziej odpowiednich schematów sprzężenia spośród 22 możliwych scenariuszy, zebranych w pracy [Hab2], mogą być dokonane dzięki charakterystycznym stosunkom rozgałęzień przejść lub na skutek istnienia w nich ewidentnych odstępstw od typowych wartości.

Odrzucając schematy sprzężeń stanów nie spełniające powyższych warunków, zsymetryzowane pasmo stanu podstawowego zdeformowane kwadrupolowo można zbudować używając jedynie dwóch zestawów reprezentacji $\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}$ [Hab5], mianowicie: $\{\Gamma_1 = A_1, \Gamma_2 = A_1, \Gamma_3 = A_1\}$ dla stanów z $J = 0, 4$ oraz $\{\Gamma_1 = E, \Gamma_2 = A_1, \Gamma_3 = E\}$ dla stanów z $J = 2, 4$. Jak widać, stan $J = 0^+$ może być otrzymany jedynie z $\Gamma_1 = \Gamma_2 =$

$\Gamma_3 = A_1$. Aby odtworzyć doświadczalne wartości $B(E2)$ s w paśmie podstawowym jądra ^{156}Gd z możliwie najlepszą dostępną w modelu dokładnością, obydwa stany $J = 2^+$ i $J = 4^+$ powinny być zbudowane według drugiego schematu. Z kolei, oktopolowe pasmo o parzystości ujemnej można skonstruować z następujących trójek reprezentacji [Hab5]: $\{\Gamma_1 = A_1, \Gamma_2 = \Gamma_3 = A_2\}$ dla $J = 3$, $\{\Gamma_1 = A_1, \Gamma_2 = T_1, \Gamma_3 = T_1\}$ dla $J = 1, 3, 4, 5$ oraz $\{\Gamma_1 = A_1, \Gamma_2 = T_2, \Gamma_3 = T_2\}$ dla $J = 2, 3, 4, 5$. Jednakże najlepsze odtworzenie eksperymentalnych prawdopodobieństw przejść $B(E1)$ jak również $B(E2, 5^- \rightarrow 3^-)$ dostajemy, gdy oktopolowe stany $J = 3^-$ i $J = 5^-$ są zbudowane według drugiego z wyżej wypisanych schematów sprzężeń.

Po wielu próbach okazało się, że jawne postacie funkcji $\psi_{vib,2}^{\Gamma_1}(\alpha_{20}, \alpha_{22})$ wchodzących w skład stanów z pasma podstawowego są na ogół skomplikowanymi kombinacjami liniowymi zero- i jednofononowych kwadrupolowych rozwiązań oscylatorowych. Składowa oktopolowa $\psi_{vib,3}^{\Gamma_2}(\alpha_{3\nu})$ tych stanów dana jest w postaci oktopolowego, zerofononowego, siedmiowymiarowego rozwiązania oscylatorowego należącego do reprezentacji $\Gamma_2 = A_1$.

Stosując podobne rozumowanie jak dla stanów kwadrupolowych $\psi_{vib,2}^{\Gamma_1}(\alpha_2)$ z pasma podstawowego, jednofononowa składowa oktopolowa $\psi_{vib,3}^{\Gamma_2}(\alpha_{3\nu})$ dla stanów z pasma oktopolowego powinna transformować się względem reprezentacji $\Gamma_2 = T_1$. Funkcja ta będzie trypletem kombinacji liniowych zero- i jednofononowych oktopolowych rozwiązań oscylatorowych. Ostatecznie, jako składową kwadrupolową stanów tego pasma wybrano zerofononową funkcję kwadrupolową należącą do reprezentacji skalarnej A_1 . Z powyższymi założeniami prowadzącymi do ograniczenia liczby stanów bazowych, wyznaczono wspomniane współczynniki kombinacji liniowych dla stanów 0^+ , 2^+ , 4^+ , 3^- , 5^- używając metody najmniejszych kwadratów, minimalizującej rozbieżność pomiędzy teoretycznymi i doświadczalnymi [21] wartościami prawdopodobieństw $B(E1)$ i $B(E2)$ w jądrze ^{156}Gd .

Dla badanego zbioru przejść $E(\lambda)$ w ^{156}Gd , oszacowania $B_{th}(E\lambda)$ (druga kolumna w Tabeli 4) są porównane z wynikami pomiarów $B_{exp}(E\lambda)$ (trzecia kolumna), dla których dokonano dopasowania, przedstawione w pracy [Hab5].

Przejście $E\lambda, J_i \rightarrow J_f$	$B_{th}(E\lambda)$ [W.U.]	$B_{exp}(E\lambda)$ [W.U.]
$E2, 2^+ \rightarrow 0^+$	159	187(5)
$E2, 4^+ \rightarrow 2^+$	279	263(5)
$E2, 5^- \rightarrow 3^-$	293	293^{+61}_{-134}
$E1, 3^- \rightarrow 2^+$	1.10×10^{-3}	$0.98(21) \times 10^{-3}$
$E1, 3^- \rightarrow 4^+$	0.63×10^{-3}	$0.77(16) \times 10^{-3}$
$E1, 5^- \rightarrow 4^+$	0.75×10^{-3}	$0.85^{+19}_{-38} \times 10^{-3}$

Tabela 4: Zmierzone w pracy [21] i oszacowane przy pomocy metody najmniejszych kwadratów opisanej w tekście wartości prawdopodobieństw przejść $B(E1)$ i $B(E2)$ dla jądra ^{156}Gd .

Takie dopasowanie miało na celu przekonanie się, czy możliwe jest dostatecznie dokładne odtworzenie doświadczalnych zredukowanych prawdopodobieństw przejść z udziałem oktaedralnie zsymetryzowanych stanów bazowych. Wcześniejsze uproszczone rachunki elementów macierzowych przejść elektrycznych pomiędzy stanami o ujemnej parzystości oraz należącymi do określonej reprezentacji grupy tetraedralnej (izomorficznej z grupą

oktaedralną) były wykonane całkowicie analitycznie i zostały przedstawione w pracach [D7, D8]. W rezultacie, otrzymano zależności tych elementów od parametru przesunięcia stanu $\hat{\alpha}_{\lambda\mu}$, "szerokości" czynnika Gaussa przy funkcji własnej oscylatora harmonicznego oraz pary reprezentacji nieprzywiedlnych dla stanów: początkowego i końcowego. Okazało się, że dla akceptowalnych wartości parametrów tych stanów, możliwe jest odtworzenie stosunków rozgałęzień przejść $B(E2)/B(E1)$ dla badanych jąder ^{156}Gd i ^{156}Dy . Wyniki tej pracy stały się zachętą do przeprowadzenia bardziej zaawansowanych rachunków numerycznych, zawierających kombinacje liniowe różnych symetryzowanych funkcji bazowych, przedstawionych w powyższej tabeli.

Z uwagi na znaczną złożoność stanów zsymetryzowanych o większej liczbie fononów, ograniczono się w powyższych wstępnych dopasowaniach jedynie do stanów zero- i jednofononowych w obydwu badanych pasmach. Jednakże, jak wnioskujemy z Tabeli 4, już kilka pierwszych stanów bazowych pozwala na zadowalające odtworzenie doświadczalnych prawdopodobieństw przejść $B(E\lambda)$. Wniosek ten wskazuje, że bazy takiej można użyć w celu efektywnego rozwiązywania problemów własnych dowolnych realistycznych hamiltonianów kolektywnych, zdefiniowanych w zespolonych zmiennych oktapolowych i kwadrapolowych. Przypomnę, że podejście z hamiltonianem kolektywnym przedstawione na początku poprzedniego rozdziału było zdefiniowane w przestrzeni oktapolowych zmiennych rzeczywistych, co ograniczało dostępne klasy kształtów i symetrii jądra. Przeprowadzona następnie dyskusja reguł wyboru w przestrzeni stanów zsymetryzowanych względem grupy oktaedralnej, zdefiniowanych jako iloczyn części wibracyjnej i rotacyjnej, umożliwia klasyfikację stanów kolektywnych ze względu na ich zdolność do generowania silnych, umiarkowanych lub słabych przejść elektrycznych. Wiedza ta może okazać się przydatna przy doborze stanów bazowych do opisu konkretnego zestawu pasm, w stosunku do którego dysponujemy już wcześniejszymi wskazówkami doświadczalnymi. Dla zagadnień kolektywnych, w których zaangażowana jest znaczna liczba stopni swobody, preselekcja stanów bazowych jest wręcz nieodzowna, aby z powodzeniem wykonać dla nich realistyczne rachunki numeryczne.

Dodatkowo, w pracy [D9] przeprowadzone zostały wstępne badania dotyczące reguł wyboru dla przejść elektrycznych w podejściu mikroskopowym, gdzie początkowy i końcowy stan wielociałowy dane były w postaci wyznacznika Slatera, złożonego ze stanów jednocząstkowych zdeformowanego pola średniego Woodsa-Saxona. W efekcie, dramatyczne nieciągłości elementów macierzowych przejść $E1$ w funkcji deformacji zostały zauważone. Z jednej strony związane jest to z zachowaniem liczby kwantowej $|m|$ w funkcji deformacji przez stany wielociałowe (tutaj rozważano symetrię grupy $C_{v\infty}$), oraz z drugiej strony, może być powodowane przez przecięcia się jednocząstkowych poziomów energetycznych, które mogą wystąpić kiedy używa się niezależnych stanów wielociałowych w tej samej przestrzeni deformacji. Trudności tej natury w skonstruowaniu w pełni mikroskopowego modelu przejść elektromagnetycznych, opartego na jądrowym polu średnim w obecności wysokich symetrii, skłoniły mnie do zainteresowania się opisem kolektywnym.

Od 2015 roku jestem zaangażowany we współpracę z prof. S. Vinitsem i dr A. Gusevem z JINR w Dubnej. Głównym celem tej współpracy jest zastosowanie przedstawionego w tym rozdziale formalizmu teoriogrupowego, pozwalającego na skonstruowanie najbardziej odpowiednich baz do rozwiązywania zagadnień własnych hamiltonianów w żądanych przestrzeniach kolektywnych. Rozwiązanie tego zagadnienia polega na zbudowaniu

jak najogólniejszych funkcji iloczynowych przy wykorzystaniu uogólnionego formalizmu rzutowego na dowolną reprezentację danej grupy symetrii, opisanego w szczegółach w podręczniku [45]. Metoda ta, jak wspomniano, została z powodzeniem wykorzystana do otrzymywania funkcji rotacyjnych $R^{JM;\Gamma_3}(\Omega)$ w przestrzeni kątów Eulera. Jak się okazuje, pozwala ona na wygenerowanie zwykle więcej niż jednego zbioru bazowego, które są do siebie matematycznie równoważne i wzajemnie ortogonalne. Z fizycznego punktu widzenia, bazy takie mogą mieć jednak odmienne własności fizyczne, co decyduje o ich przydatności. Warto przypomnieć fakt, że baza używana w rozdziale pierwszym była starannie dopasowana do aktualnego kształtu powierzchni energii potencjalnej, aby maksymalnie przyspieszyć rachunki elementów macierzowych z zachowaniem przyjętej dokładności.

Na bieżącym etapie badań, celem pracy jest dostosowanie wspomnianego formalizmu do funkcji wibracyjnych od zmiennych typu α . Do tej pory sporządzono i przetestowano na uproszczonych modelach odpowiednie kody algebraiczne, napisane w środowiskach **Mathematica** i **Reduce**. Z uwagi na to, że otrzymane wstępne wyniki mają głównie charakter list odpowiednio rzutowanych wielofononowych rozwiązań oscylatorowych wraz z towarzyszącymi im liczbami kwantowymi, odsyła się zainteresowanych czytelników bezpośrednio do artykułów [46] i [D10].

4 Kolektywne efekty dynamiczne w procesie rozszczepienia jąder atomowych

W ostatnich trzech dekadach dokonał się znaczny postęp w opisie zjawiska rozszczepienia jądra atomowego. Wiele analiz wykonanych w tamtym okresie polegało jednak na badaniu głównie własności statycznych dróg do rozszczepienia w wielowymiarowych przestrzeniach parametrów deformacji różnego typu. Przykładowe badania możemy znaleźć np. w pracach [38, 47, 48, 49, 50].

Aby poprawnie opisać rozkłady mas fragmentów rozszczepienia nie wystarczy znajomość najbardziej prawdopodobnych ścieżek, prowadzących w ogólności do rozszczepienia na symetryczne bądź asymetryczne fragmenty. W kwestii pełnych rozkładów mas fragmentów zasadniczą rolę odgrywa prawdopodobieństwo osiągnięcia przez jądro konkretnej konfiguracji na linii rozerwania. Konfiguracje te opisują jądro złożone o dobrze uformowanych jądrach-fragmentach rozszczepienia z określonymi liczbami protonów i neutronów. Przykładowy opis tego zjawiska można odnaleźć w pracy [51], gdzie używa się modelu statystycznego pozwalającego na wyznaczenie prawdopodobieństwa rozdziału nukleonów pomiędzy obydwie fragmenty. Otrzymane rozkłady mas fragmentów znacznie odbiegają od eksperymentalnych. W innej metodzie opisanej w [52] rozważania oparte są na analizach deformacji i mas fragmentów, które mogą powstać po rozerwaniu jądra oraz energia jądra dana jest w modelu samozgodnym. Wielkości te pozwalają na oszacowanie energii kinetycznych fragmentów oraz prawdopodobieństwo zaobserwowania danego podziału mas. Rozkłady mas mogą być otrzymane również w modelach bazujących na formalizmie Langevina [53]. Podejście to może uwzględniać efekt dysypacji energii na drodze do rozszczepienia oraz efekty wibracji *pairing*. Kolejnym podejściem do zagadnienia rozkładu mas fragmentów jest potraktowanie ewolucji kształtu jądra na ścieżce do rozszczepienia

jako ruchu Browna całego jądra, gdzie możliwe kierunki tej ewolucji w wielowymiarowej przestrzeni parametrów deformacji oraz odpowiadające im wagi statystyczne wyznacza się w tzw. metodzie Metropolis [54, 55]. Chociaż model dobrze odtwarza dane doświadczalne, to zawiera fenomenologiczny parametr tzw. *promień krytyczny*, znacząco wpływający na dokładność oszacowań. Dodatkowo, opisany w pracy [56] model GEF, dający ogólny opis obserwabli związanych z rozszczepieniem, bardzo dokładnie odtwarza dane doświadczalne w szerokim zakresie jąder, jednak jest on w pełni fenomenologiczny.

W odróżnieniu od wyżej wymienionych przykładowych podejść dynamicznych do zagadnienia rozszczepienia jąder atomowych, w pracy [23] zaproponowano całkowicie kwantowomechaniczny opis kolektywnej dynamiki jądra, który był przedmiotem badań prezentowanych w tym autoreferacie. Jego zasadnicza idea polega na rozwiązywaniu zależnego od czasu układu równań Hilla-Wheelera w dwuwymiarowej przestrzeni kolektywnych stopni swobody $\{Q_{20}, Q_{30}\}$, opisujących osiowe momenty: kwadrupolowy i oktopolowy. Używając przybliżenia Gaussowskiego przekrycia funkcji generujących (GOA), ten skomplikowany układ równań można sprowadzić do standardowego równania Schrödingera z hamiltonianem kolektywnym, jak w metodzie współrzędnej generującej (GCM+GOA). Jako początkowego stanu poddawanego ewolucji czasowej w przestrzeni kolektywnej $\{Q_{20}, Q_{30}\}$ użyto kombinacji liniowej stanów własnych nieznacznie zmodyfikowanego potencjału studni stanu podstawowego. Taka kombinacja stanów została z powodzeniem zastosowana do odtworzenia rozkładu mas fragmentów rozszczepienia w jądrze ^{238}U . Uważa się powszechnie, że najbardziej prawdopodobny podział mas fragmentów rozszczepienia w regionie jąder aktywnych jest determinowany przez strukturę powłokową powstających fragmentów i może być dostatecznie dobrze odtworzony w modelach czysto statycznych. Jednakże, otrzymanie właściwego położenia maksimów tego rozkładu względem jego minimum a także jego szerokości wymaga oczywiście bardziej zaawansowanych podejść dynamicznych.

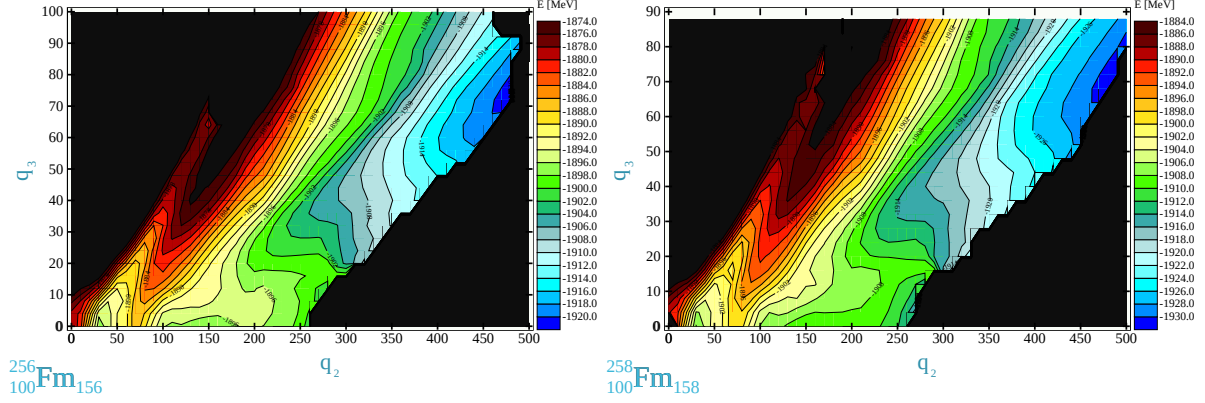
Obiecujące wyniki tego modelu dla jądra ^{238}U stały się motywacją do jego zastosowania w dwu izotopach $^{256,258}\text{Fm}$, które cechują się odmiennymi w porównaniu do typowych jąder aktywnych właściwościami ze względu na rozszczepienie. W wyniku obliczeń przedstawionych w pracy [Hab6], otrzymano rozkład mas fragmentów dla obydwu tych jąder i porównano je z rozkładami doświadczalnymi, odpowiadającymi indukowanym neutronami rozszczepieniom jąder $^{255}\text{Fm}(n,f)$ [57] i $^{257}\text{Fm}(n,f)$ [58].

Zasadniczymi składnikami każdego, statycznego czy dynamicznego, modelu rozszczepienia jądra są: powierzchnia energii potencjalnej oraz odpowiadające jej mikroskopowe konfiguracje wewnętrzne jądra. W ramach dyskutowanego modelu dynamicznego są one otrzymywane w mikroskopowym rachunku typu Hartree-Focka-Bogoliubova (HFB) z efektywnymi siłami dwuciałowymi typu Gogny [59], oraz więzami na kwadrupolowy i oktopolowy osiowy moment gęstości jądrowej. Ponieważ w rozważaniach stosuje się metodę GCM z przybliżeniem GOA, potencjał wyliczony w modelu HFB jest dodatkowo zmodyfikowany o poprawkę na drgania zerowe.

Dla każdego z izotopów $^{256,258}\text{Fm}$ wyznaczone zostały po dwa zestawy kolektywnych początkowych (dla chwili $t = 0$) paczek falowych o średnich energiach obliczonych w oryginalnym hamiltonianie, równych 11 MeV i 13 MeV. Zauważmy, że wartości tych energii są nieco wyższe niż energia punktu siodłowego, co wskazuje, że ewolucje czasowe tych pakietów odbywają się ponad barierą potencjału. Podczas tej ewolucji obserwu-

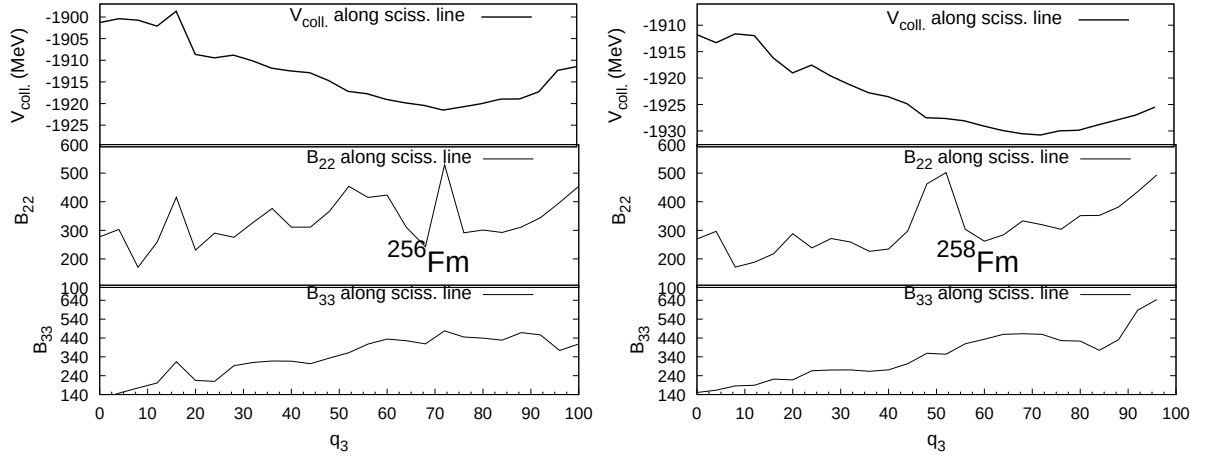
je się, po pewnym charakterystycznym czasie, stabilizację prądu prawdopodobieństwa $\vec{J}(Q_{20}, Q_{30}, t)$, którą tłumaczymy osiągnięciem przez większość ponadbarierowych składowych paczki falowej konfiguracji na linii rozerwania jądra.

Na Rys. 7, obok doliny energetycznej prowadzącej do symetrycznych kształtów fragmentów ($Q_{30} = 0$) kończącej się w obydwu izotopach Fm w okolicy $Q_{20} \approx 270$ b, pokazano także kanał wiodący do asymetrycznego rozszczepienia, ukazujący się jako *pół-dolina* nie mająca "ściany" od strony małych wartości Q_{30} .



Rysunek 7: Powierzchnia energii potencjalnej jako funkcja momentu kwadrupolowego $q_2 \equiv Q_{20}$ (w barnach) i oktopolowego $q_3 \equiv Q_{30}$ (w $b^{3/2}$) dla izotopów $^{256,258}\text{Fm}$.

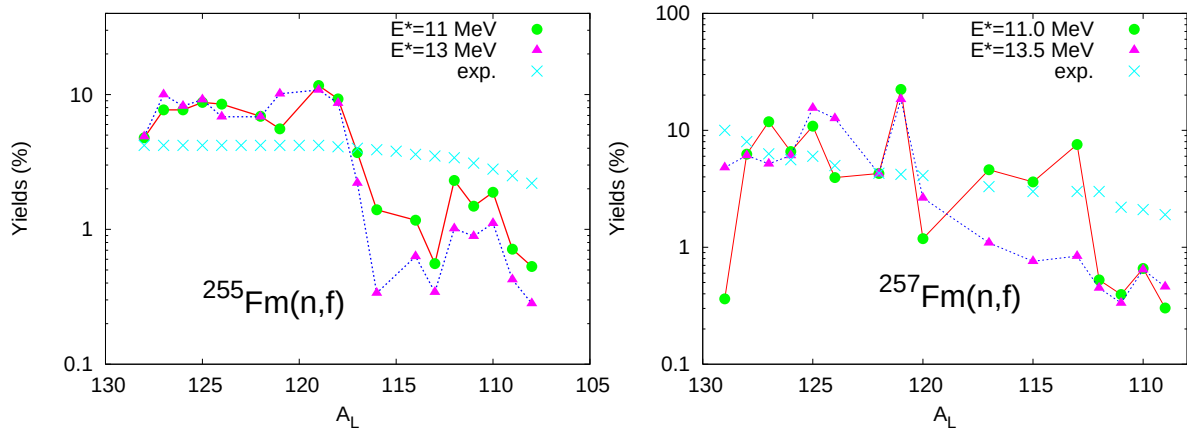
Studnia energii potencjalnej pokazana na Rys. 8, która zaczyna się przy $Q_{30} \approx 75 b^{3/2}$ jest stosunkowo *mięka* w porównaniu do analogicznej studni np. w jądrze ^{238}U .



Rysunek 8: Energia potencjalna (część górna rysunku), składowe kwadrupolowa i oktopolowa tensora masowego w $[MeV b^2 \hbar^2]$ i $[MeV b^3 \hbar^2]$ (środkowa i dolna część rysunku) wzdłuż linii do rozszczepienia w funkcji momentu oktopolowego $q_3 \equiv Q_{30}$ dla jąder $^{256,258}\text{Fm}$.

W dyskutowanym powyżej podejściu dynamicznym, wskutek obecności mieszanego kwadrupolowo-oktopolowego członu w operatorze energii kinetycznej, dopuszczalna jest

wymiana energii pomiędzy kwadrupolowym i oktopolowym stopniem swobody. To oznacza, że maksymalne prawdopodobieństwo $|\Psi|^2$ kolektywnej funkcji falowej występuje nie koniecznie w minimum energii potencjalnej na linii rozerwania, jak przewidywałby model statyczny, ale jest wynikiem "współzawodnictwa" statycznych i dynamicznych własności jądra. Dla jąder $^{256,258}\text{Fm}$, sztywności odpowiednich minimów energii, pokazanych w górnych częściach Rys. 8, są stosunkowo małe. Wnioskować zatem można, że energia potencjalna i silnie zmieniające się wartości tensora masowego w okolicach linii rozerwania (dolne części Rys. 8), przyczyniają się w podobnym stopniu, dając względnie płaski i oscylujący rozkład fragmentów mas, pokazany na Rys. 9. Dynamika kolektywna dąży zatem do czynienia bardziej prawdopodobnymi kanały rozszczepienia, które były całkowicie wykluczone w podejściach statycznych.



Rysunek 9: Porównanie teoretycznych (znormalizowanych) rozkładów mas fragmentów rozszczepienia (kółka i trójkąty), odpowiadających dwom różnym energiom wzbudzenia oraz rozkłady eksperymentalne (krzyżyki) dla indukowanego rozszczepienia jąder $^{256,258}\text{Fm}$. A_L jest masą fragmentu.

Faktem jest, że otrzymane w omawianej metodzie rozkłady mas fragmentów, pokazane na Rys. 9, są wciąż zbyt "wąskie" w porównaniu do rozkładów doświadczalnych, co może wskazywać między innymi, że przestrzeń kolektywna zmiennych $\{Q_{20}, Q_{30}\}$ nie opisuje wszystkich istotnych ścieżek ewolucji badanych jąder. Rozszerzenie formalizmu o dodatkowe kolektywne stopnie swobody nie jest skomplikowane, jednak może powodować znaczne wydłużenie czasu obliczeń dla pojedynczego jądra. W dodatku, model ten nie uwzględnia efektu emisji lekkich cząstek, zasadniczo neutronów, z jądra złożonego. Prawdą jest również, że doświadczalne rozkłady mas fragmentów użyte do porównań są otrzymane albo w tzw. metodzie radiochemicznej albo z pomiarów rozkładów energii kinetycznych fragmentów rozszczepienia. W metodzie radiochemicznej, rozkłady są mierzone z dużą dokładnością, jednak zawierają już poprawki na emisję neutronów. Oczywiście, z uwagi na fakt, że emisja neutronów może być tam uwzględniona w sposób modelowo zależny, interesujący nas rozkład mas fragmentów sprzed emisji neutronów obarczony jest dużą niepewnością. Z kolei druga z wymienionych metod, oferuje rozkłady bez efektu emisji neutronów, jednak dysponuje słabą zdolnością rozdzielczą mas. Jak wskazano w pracy [58], obie te metody mogą dostarczać mocno różniących się rozkładów dla tego samego jądra. Z argumentów tych wynika, że porównanie rozkładów

teoretycznych i doświadczalnych widocznych na Rys. 9 nie może w sposób jednoznaczny rozstrzygać o jakości prezentowanych wyników.

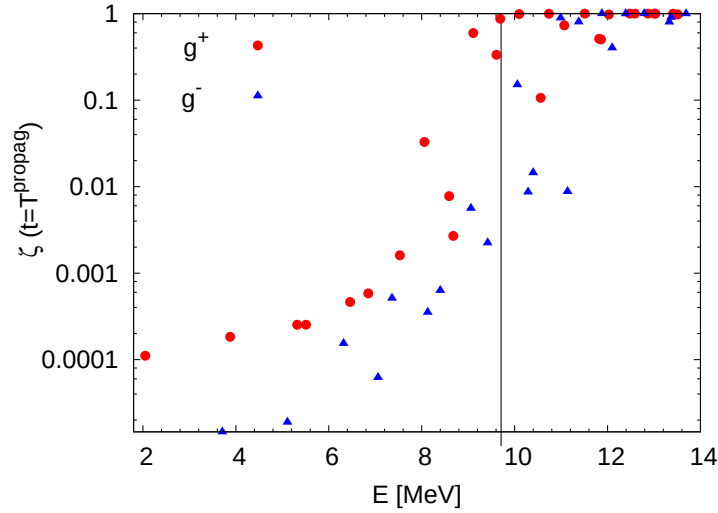
Dodatkowo, rozkłady doświadczalne z prac [57, 58] odpowiadają energiom wzbudzeń jąder niższych niż 11 MeV lub 13 MeV, dla których teoretyczne rozkłady zostały wygenerowane. Pamiętajmy, że energie stanów są wyznaczone w modelu jedynie na średnio, w przeciwieństwie do ściśle określonej energii neutronów termicznych, wychwycanych przez rozszczepiające się w eksperymencie jądra. Efekt dążenia rozkładu teoretycznego w kierunku rozszczepienia symetrycznego wraz ze wzrostem energii stanu początkowego, jak widać na Rys. 9, można wyjaśnić przez relatywnie malejący wpływ słabo zarysowanej drugiej bariery potencjału odczuwanej przez pakiet falowy o wyższej energii.

Kolejnym czynnikiem, który może wzmocnić znaczenie kanału symetrycznego w badanych jądrach fermu, osłabiając wpływ kanałów asymetrycznych, może być parzystość paczki falowej. Kwadrat modułu całkowicie nieparzystej w Q_{30} paczki falowej jest zawsze równy zeru wzdłuż linii rozszczepienia symetrycznego $Q_{30} = 0$, co skutkuje znikaniem takiego modu rozszczepienia. Jest więc jasne, że aby odtworzyć silnie występujący mod rozszczepienia symetrycznego, parzystość pakietu falowego nie może być dobrą liczbą kwantową. Ponieważ nie ma dokładnych wskazówek odnośnie współczynnika parzystości ewoluującego stanu przyjęto, że będzie on mieszkanką 50% na 50% sąsiednich, parzystych i nieparzystych stacjonarnych stanów własnych o porównywalnych energiach.

W 2014 r. badania w ramach omawianego modelu dynamiki procesu rozszczepienia zostały podjęte na nowo. W efekcie ukazał się artykuł [Hab7], w którym dyskutowana jest zależność rozkładu mas fragmentów dla jądra ^{252}Cf od różnych wyborów początkowych paczek falowych rozszczepiającego się jądra. Przebadano osobno stany parzyste, nieparzyste oraz stany będące superpozycją, w zakresie energii począwszy od najniższego (E_{GS}) do stanu leżącego 4 MeV powyżej wierzchołka bariery (B_f). Następnie, porównano rozkłady mas fragmentów rozszczepienia otrzymane z tymi stanami dla różnych chwil czasowych ich ewolucji z rozkładem doświadczalnym. Jak wspomniano, stany początkowe generowane w lekko zmodyfikowanym potencjale studni stanu podstawowego, nie są ściśle stanami własnymi prawdziwego hamiltonianu jądra.

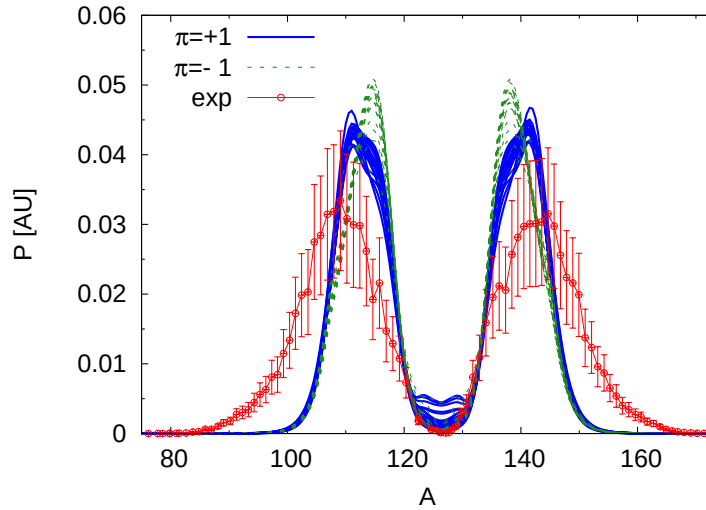
W dodatku, aby w sposób bardziej realistyczny oszacować prawdopodobieństwo rozerwania tzw. "szyjki" wzdłuż osi symetrii jądra, dodatkowo w stosunku do badań w jądrach fermów zastosowany został mechanizm, który można określić jako efekt "losowego rozerwania szyjki" [60]. Mechanizm ten uwzględnia dynamiczne zaburzenie statycznego kształtu, w tym także kształtu szyjki, poprzez kolektywne drgania powierzchni jądra. Natężenie tego efektu zależy głównie od pola przekroju szyjki, temperatury jądra oraz współczynnika napięcia powierzchniowego. W rezultacie, dla każdego ze stanów o danej średniej energii wyznaczono odpowiadający mu rozkład mas fragmentów, przedstawiony na Rys. 11. Czas trwania ewolucji określa się badając jaka część funkcji falowej jądra $\zeta(t)$ "przekroczyła" aktualnie linię rozerwania jądra. Dla znacznej większości stanów leżących w okolicy wierzchołka bariery, jak wynika z Rys. 10, po czasie $T^{propag} \approx 2.6 \times 10^{-23}$ s obserwuje się wysycenie prądu prawdopodobieństwa na linii rozerwania ($0.5 \leq \zeta(T^{propag}) \leq 1$), co w praktyce kończy proces ewolucji. Jak się okazuje, nawet kilkukrotne wydłużenie tego czasu nie powoduje widocznej zmiany kształtów krzywych rozkładów mas.

Z Rys. 10 wziętego z pracy [Hab7] wynika też, że w ogólności stany o ujemnej pa-



Rysunek 10: Efekt wysycenia się prądu prawdopodobieństwa na linii rozerwania jądra w funkcji średniej energii stanu dla chwili czasu $t = T^{propag}$ w jądrze ^{252}Cf . Na rysunku różni się stany parzyste oznaczone czerwonymi kropkami oraz nieparzyste – oznaczone niebieskimi trójkątami.

rzystości leżące głębiej w studni potencjału (trójkąty), preferujące rozszczepienie asymetryczne z $Q_{30} \neq 0$, ewoluują wolniej niż stany parzyste (kropki), co można tłumaczyć intensywniejszym niż dla kanału symetrycznego ($Q_{30} = 0$) narastaniem bariery potencjału wraz z deformacją w tym jądrze.

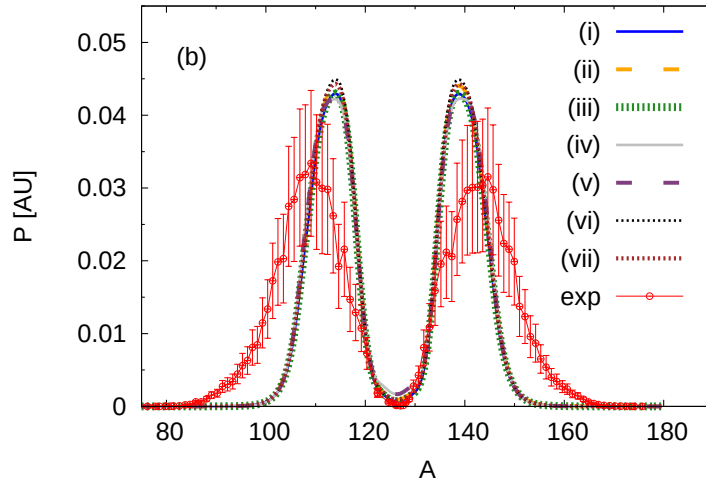


Rysunek 11: Porównanie rozkładów mas fragmentów rozszczepienia dla wszystkich stanów parzystych oraz nieparzystych w jądrze ^{252}Cf .

Niebieską ciągłą linią na Rys. 11 zaznaczone są rozkłady dla stanów parzystych a zieloną przerywaną – dla stanów nieparzystych. Jak można zaobserwować, stany o tej samej parzystości wiodą do bardzo podobnego opisu najbardziej prawdopodobnych mas ciężkiego i lekkiego fragmentu a także podobnych szerokości rozkładów. Najbardziej praw-

dopodobne liczby masowe fragmentów otrzymane dla stanów o ujemnej parzystości są przesunięte o 2 jednostki w kierunku środka rozkładu w stosunku do analogicznych mas otrzymanych na bazie stanów parzystych.

Jednakże, najbardziej realistycznym stanem początkowym prowadzącym z czasem do rozszczepienia jest stan będący superpozycją stanów. W pokazywanych rozważaniach zastosowano superpozycje wiązek sąsiadujących ze sobą stanów własnych, w którym amplitudy mieszania podlegały rozkładowi Gaussa lub Fermiego z odpowiednio dobranymi parametrami. Otrzymane dla takich stanów początkowych rozkłady mas fragmentów zilustrowano na Rys. 12.



Rysunek 12: Porównanie rozkładów mas fragmentów rozszczepienia dla superpozycji stanów o parzystości dodatniej i ujemnej w różnych przedziałach energetycznych, odpowiadające dwóm przyjętym rozkładom statystycznym (Fermiego i Gaussa) amplitud stanów składowych w jądrze ^{252}Cf .

Na Rys. 12 z pracy [Hab7], mieszanie stanów z rozkładem Gaussa zastosowano w przypadkach (i)–(iii) oraz z rozkładem Fermiego w pozostałych (iv)–(vii). Obydwa typy mieszania wykonano w przedziałach energii, które pokrywają cały rozważany zakres energii ($E_{GS}, B_f + 4\text{MeV}$). Jak można wnioskować z tego samego rysunku, zastosowane typy mieszania stanów zdefiniowane w różnych przedziałach energetycznych nie prowadzą w rezultacie do istotnych różnic w rozkładach mas. Wynikowe rozkłady są przesunięte średnio o 4 jednostki masowe w stosunku do rozkładu eksperymentalnego. Ciekawym wnioskiem jest także brak wyraźnego wpływu średniej energii początkowej paczki falowej na otrzymany rozkład w badanym jądrze ^{252}Cf w przeciwieństwie do tego, co zaobserwowano w jądrach fermu. Powyższe fakty i obserwacje prowadzą do ogólnego stwierdzenia, że teoretyczny rozkład mas fragmentów rozszczepienia, otrzymany w niniejszym modelu dynamicznym, jest zasadniczo mało czuły, przynajmniej dla rozważanego jądra ^{252}Cf , na kształt stanu początkowego.

Należy podkreślić, że dotychczas nie wypracowano schematu umożliwiającego opis rozszczepienia jądra w jednolity sposób. Własności rozszczepienia zależą oczywiście od powierzchni energii potencjalnej i parametrów masowych zdefiniowanych przed proce-

sem rozszczepienia, a te jak wiadomo, zmieniają się, często bardzo gwałtownie pomiędzy różnymi regionami masowymi jąder. Z innego punktu widzenia, w metodzie HFB nie możliwe jest otrzymanie samozgodności rozwiązań, nawet tuż za linią rozerwania, co uniemożliwia dokładne policzenie odpowiednich pochodnych energii, parametrów masowych, funkcji falowych wchodzących w skład modelu. Zatem w obszarze przynajmniej tuż poza tą linią, istnieje konieczność właściwego ekstrapolowania tych wielkości w sposób co najmniej ciągły. Od jakości ekstrapolacji zależy natężenie efektu odbić fal, które powracając interferują z falą biegnącą dając niepożądane efekty wzmocnienia lub osłabienia prądu prawdopodobieństwa na linii rozerwania. Zauważmy, że poza linią rozerwania mamy do czynienia z gwałtowną zmianą struktury jądra złożonego, które rozpada się na fragmenty o odmiennych własnościach fizycznych. Dlatego też własności charakteryzujące silnie zdeformowane jądro tuż przed rozerwaniem, takie jak energia kolektywna, parametry masowe, deformacje nie są odpowiednie do opisu fragmentów rozszczepienia. W przypadku rozszczepienia jądra ^{238}U , układ natychmiast przeskakuje z energetycznej doliny rozszczepieniowej do tzw. doliny fuzyjnej, zmieniając dramatycznie np. moment heksadekapolowy czy energię nawet o około 40 MeV.

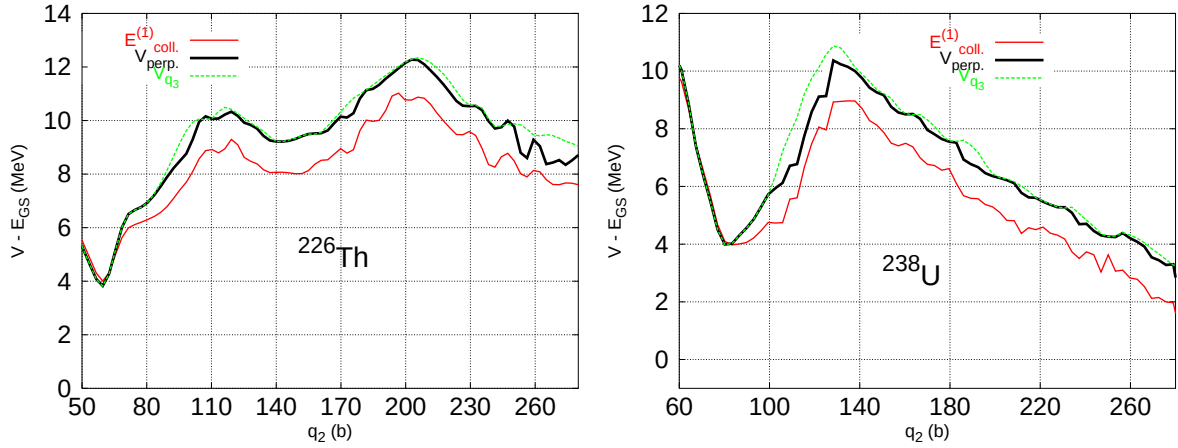
Kolejnym dyskutowanym opisem dynamiki procesu rozszczepienia jest model oparty na kwdrupolowo-oktupolowym hamiltonianie kolektywnym, w którym zakłada się, że efektywna, statyczna (biegnąca wzdłuż dna doliny energetycznej) ścieżka do rozszczepienia jest modyfikowana przez kolektywne vibracje jądra, zachodzące w tejże dolinie potencjału, w kierunku do niej lokalnie prostopadłym. Energia potencjalna jądra, jak poprzednio, wyliczona jest w modelu HFB z oddziaływaniami dwuciałowymi typu Gogny D1S. W prezentowanych rozważaniach, do czystego potencjału HFB dodano energię drgań zerowych związaną z modami Q_{20} i Q_{30} , wynikającą z zastosowania metody GCM z przybliżeniem GOA.

W szczególności, drgania o różnej multipolowości, amplitudzie i częstotliwości prostopadłe do ścieżki, zależnie od bieżącej konfiguracji, pojawiają się dzięki specyficznemu kształtowi potencjału w kształcie doliny, na drodze do rozszczepienia. Całkowita energia kolektywna jest więc rozdzielana pomiędzy wszystkie kolektywne stopnie swobody a także może być przekazywana do ruchów jednoczątkowych.

Wyniki otrzymane w ramach tego podejścia opublikowane zostały w pracy [Hab8]. Zaletą takiego podejścia jest możliwość bezpośredniego zastosowania tak zmodyfikowanej ścieżki statycznej w znanym i stosunkowo nieskomplikowanym przybliżeniu WKB, pozwalającym z łatwością szacować np. jądrowe czasy życia. Tradycyjna metoda WKB służąca do szacowania współczynnika przenikalności barier na rozszczepienie prowadzi często do rozbieżności w czasach życia dochodzących nawet do kilku rzędów wielkości w porównaniu do czasów doświadczalnych, co wskazuje na jej poważne deficyty. Przede wszystkim, metoda ta pomija, z definicji, wpływ jakichkolwiek efektów dynamicznych towarzyszących procesowi rozszczepienia. Przedstawiana tutaj idea drgań lokalnie prostopadłych do ścieżki do rozszczepienia w dwuwymiarowym modelu kolektywnym może zapoczątkować szersze badania z uwzględnieniem pozostałych istotnych dla procesu rozszczepienia kolektywnych stopni swobody, takich jak nieosiowość, parametr odpowiedzialny za kreowanie szyjki, szerokości "pairingowych" przerw energetycznych itp.

W celu uwzględnienia najistotniejszych własności kolektywnych rozszczepiających się jąder aktynowców, minimalny zbiór zmiennych kolektywnych powinien zawierać, przy-

najmniej, wydłużenie jądra, asymetrię masową względem płaszczyzny XOY oraz możliwość jego nieosiowości. W pracy [Hab8] bada się efekt wpływu wibracyjnych modów poprzecznych dla dwóch jąder aktywnych ^{226}Th i ^{238}U , które w stanach podstawowych są praktycznie stabilne ze względu na spontaniczne rozszczepienie. Ponieważ dla tych jąder nieosiowość staje się istotna dopiero w sąsiedztwie pierwszego siodła (patrz np. praca [D11]), wybór tylko dwóch pierwszych ze wspomnianych trzech zmiennych kolektywnych do opisu stanów poza drugim, izomerycznym minimum potencjału wydaje się być całkowicie uzasadniony. Następnie wyznaczane są kwadrupolowo-oktupolowe stany wibracyjne poprzez diagonalizację hamiltonianu kolektywnego typu GCM metodą dyskretyzacji równania Schrödingera na dwuwymiarowej siatce współrzędnych $\{Q_{20}, Q_{30}\}$ wzdłuż kierunku prostopadłego do ścieżki dla danego momentu kwadrupolowego jądra [Hab8]. Jego energie własne w funkcji wydłużenia jądra są zasadnicze dla konstrukcji dynamicznej ścieżki do rozszczepienia uwzględniającej "poprzeczne" drgania jądra. W obecności jednego tylko modu poprzecznego, efektywna bariera na rozszczepienie jest rozumiana jako zbiór najniższych stanów wibracyjnych, otrzymanych w studni potencjału wziętej jako przekrój potencjału doliny do rozszczepienia w kierunku do niej poprzecznym dla danego wydłużenia jądra Q_{20} .



Rysunek 13: Statyczna bariera na rozszczepienie otrzymana z minimalizacji energii potencjalnej względem zmiennej Q_{30} (linia przerywana), bariera statyczna otrzymana w wyniku minimalizacji energii potencjalnej względem Q_{30} zmieniającego się wzdłuż kierunku poprzecznego do ścieżki statycznej dla danej wartości Q_{20} (gruba ciągła linia) oraz bariera uwzględniająca drgania poprzeczne (cienka ciągła linia).

Rysunek 13 zaczerpnięty z artykułu [Hab8] ilustruje trzy bariery na rozszczepienie (sztucznie przesunięte w energii, aby pokryły się w stanie podstawowym) otrzymane na różne sposoby. Bariera zaznaczona cienką przerywaną linią wyznaczona jest przez minimalizację potencjału kolektywnego względem deformacji oktupolowej, natomiast gruba ciągła linia odpowiada minimum energii względem Q_{30} w funkcji momentu kwadrupolowego mierzonych wzdłuż kierunku poprzecznego do ścieżki. Trzecia bariera reprezentuje najniższe stany wibracyjne hamiltonianu kolektywnego zdefiniowanego w kierunku poprzecznym do ścieżki do rozszczepienia. Ta ostatnia bariera jest efektywnie najniższa. Powyższe stwierdzenie staje się oczywiste, gdy uświadomimy sobie, że gęstość niskoleżących

cych stanów wibracyjnych w studni minimum izomerycznego jest znacznie mniejsza niż gęstość poziomów w stanie siodłowym, co sprawia, że odległość energetyczna dna potencjału oraz pierwszego stanu wzbudzonego modu poprzecznego do ścieżki jest większa od odległości analogicznych konfiguracji w zewnętrznym siodle potencjału. Efekt ten spowodowany jest głównie różnymi własnościami statycznymi (sztywność potencjału) oraz dynamicznymi (parametry masowe) konfiguracji minimum izomerycznego i siodła. Obniżenie efektywnych barier na rozszczepienie wskutek sprzężenia ruchu do rozszczepienia i drgań poprzecznych zachodzących w dolinie energii potencjalnej wiodącej do rozszczepienia sięga 1 MeV dla badanych jąder aktywności ^{226}Th i ^{238}U . Efekt tego rzędu nie może być zaniedbany przy oszacowaniach przekrojów czynnych i czasów życia ze względu na rozszczepienie.

W stosunku do poprzednio omawianego podejścia, w którym wektor gęstości prądu prawdopodobieństwa związany z ewoluującą w czasie funkcją falową jądra, w zasadniczej części wzdłuż dolin do rozszczepienia, może mieć niezerowe składowe we wszystkich możliwych kierunkach do nich poprzecznych, model ten jest znacznie uproszczony i z założenia nie stosuje się do wyznaczania rozkładu mas fragmentów.

5 Podsumowanie i perspektywy kontynuacji

W przeciągu kilku lat teoretycznych badań nad zagadnieniem jednoznaczności rozwiązań własnych w układach wewnętrznych jądra atomowego, skonstruowano i przedstawiono w rozdziale 2 spójny model kolektywny, zdefiniowany w układzie wewnętrznym jądra, oparty na realistycznym hamiltonianie kolektywnym. Przypomnijmy, że hamiltonian ten nie zawiera parametrów, które byłyby dopasowane do jakichkolwiek danych eksperymentalnych.

Rozwiązując zagadnienie własne tego hamiltonianu dla jądra ^{156}Gd w przestrzeni rzeczywistych multipolowych zmiennych kolektywnych $\alpha_{\lambda\mu}$, można wyliczyć zredukowane prawdopodobieństwa przejść elektrycznych wewnątrz oraz pomiędzy zaproponowanymi pasmami teoretycznymi a także wyznaczyć energie tych przejść E_γ . Warunki na zerowanie się urojonych części tensora deformacji $\alpha_{3\mu}$ redukują wymiar przestrzeni kolektywnej, jednak z drugiej strony, wprowadzają konieczność wyznaczania odpowiedniej grupy symetryzacji, co w ogólności nie jest zadaniem trywialnym. Grupą tą nie jest już grupa oktaedralna ($\overline{O}$), jak w przypadku przestrzeni zawierającej pełny zespolony tensor oktopolowy łącznie z dwiema zmiennymi kwadrupolowymi α_{20} i α_{22} , ale jej podgrupa $\overline{D}_{4y}$. W tym celu przygotowany został program numeryczny w Fortranie, który zawiera możliwość łatwego uwzględniania w przyszłości dowolnej grupy symetryzacji, modyfikacji przestrzeni bazowej a także wprowadzenia dodatkowych sprzężeń pomiędzy modami kolektywnymi. Omawiany model traktuje wszystkie zmienne kwadrupolowe i oktopolowe w sposób jednolity.

Wyliczone wewnątrzpasmostwo prawdopodobieństwa przejść $B(E2, 6^+ \rightarrow 4^+)$, $B(E2, 4^+ \rightarrow 2^+)$, $B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$ i $B(E2, 5^- \rightarrow 3^-)$ w ramach scenariusza, w którym oktopolowe pasmo rotacyjne oparte jest na wibracyjnym wzbudzeniu w kierunku tetraedralnym są systematycznie za małe w porównaniu do wartości zmierzonych w eksperymencie. Z kolei międzypasmostwo przejścia $B(E1)$, wyliczone z użyciem indukowanych

przez sprzężenie kwadrupoli i oktopoli zmiennych dipolowych $\alpha_{1\mu}$ w operatorze przejść $E1$, są odtworzone z zadowalającą dokładnością do rzędu wielkości. Powyższe wnioski stanowią impuls do poszukiwań bardziej realistycznych opisów powierzchni energii potencjalnej, w których stan podstawowy będzie miał nieco większą deformację kwadrupolową.

Zaskakujące okazało się, że drgania osiowe w kierunku α_{30} i nieosiowe w α_{31} mają bardzo podobne energie drgań. W obrazie czysto statycznym, mody nieosiowe nie miałyby szans skutecznie konkurować z modem osiowym. Dla przyjętego kryterium obciążenia bazy oscylatorowej pod względem liczby fononów, takie trudne do przewidzenia efekty są oczywiście wynikiem "współzawodnictwa" pomiędzy skomplikowaną funkcją energii potencjalnej oraz zwykle szybkozmiennymi w funkcji deformacji parametrami masowymi. Interesujące własności tetraedralnych stanów kolektywnych w jądrze ^{156}Gd wskazują jasno, że wszystkie cztery oktopolowe stopnie swobody są istotne dla zrozumienia złożoności struktury pasm o ujemnej parzystości. Trzeba jednak zwrócić uwagę, że powierzchnie jądrowe odpowiadające preferowanym w tym jądrze drganiom w kierunku tetraedralnym zachodzą wokół wyraźnie kwadrupolowo zdeformowanego kształtu równowagi, zatem nie mają symetrii tetraedralnej T_d .

W przyszłości należałoby także rozważyć konieczność efektywnego włączenia sprzężeń pomiędzy modami kwadrupolowymi i oktopolowymi, które umożliwiłyby badanie przepływu energii kolektywnej między nimi. Sprzężenie to pojawia się dzięki obecności niediagonalnych składowych pełnego kwadrupolowo-oktopolowego tensora masowego w członie kinetycznym hamiltonianu. Wstępne szacunki wskazują, że jego wyznaczenie będzie niezmiernie czasochłonne.

Jest również oczywiste, że dla jąder o "miękkim" potencjale w funkcji deformacji, sprzężenie wibracyjnych i rotacyjnych ruchów kolektywnych powinno być uwzględnione w celu poprawniejszego opisu stanów i przejść elektromagnetycznych, zwłaszcza w paśmie oktopolowym.

Otwartym tematem jest również sprawa spektrów kolektywnych o ujemnej parzystości i parzystych spinach w jądrze ^{156}Gd , które we wstępnych analizach danych doświadczalnych wykazują anomalne zachowania się niektórych przejść $B(E\lambda)$.

Oddzielną grupą jąder wartych szczególnego potraktowania w ramach omawianego modelu kolektywnego są jądra o stabilnych konfiguracjach oktopolowych, takie jak np. ^{226}Ra oraz jądra sąsiednie, będące stale przedmiotem zainteresowania eksperymentatorów.

W rozdziale 3 autoreferatu, omówione zostały sposoby budowania uogólnionych baz, symetryzowanych względem oktaedralnej/tetraedralnej grupy symetrii w pełnej zespolonej przestrzeni zmiennych oktopolowych. Cel ten został osiągnięty dzięki osobnemu badaniu własności transformacyjnych części kwadrupolowej, oktopolowej i rotacyjnej, tworzących pełną iloczynową funkcję bazową. Aby móc efektywnie zastosować w przyszłości takie bazy, wyznaczone zostały reguły wyboru dla przejść elektrycznych. Otrzymane wibracyjno-rotacyjne bazy są bardziej ogólne od tych, zastosowanych do rozwiązywania problemu własnego hamiltonianu kolektywnego w przestrzeni rzeczywistych zmiennych oktopolowych, które pokazano w rozdziale 2. Jako przykład zastosowania, odtworzono z ich pomocą w metodzie najmniejszych kwadratów doświadczalne zredukowane prawdopodobieństwa przejść dipolowych i kwadrupolowych w jądrze ^{156}Gd z dobrą dokładnością. Obiecujące rezultaty tych dopasowań gwarantują, że bazy takie mogą być efek-

tywnie stosowane w połączeniu z dowolnym realistycznym kwadrupolowo-oktupolowo-rotacyjnym hamiltonianem kolektywnym.

W rozdziale 4 niniejszej prezentacji, przedyskutowano wyniki ewolucji czasowej jądrowego stanu kolektywnego w celu otrzymania rozkładu mas fragmentów rozszczepienia w izotopach $^{256,258}\text{Fm}$. Jądra te znane są, między innymi z tego, że ich własności rozszczepieniowe znacznie różnią się od własności typowych dla większości jąder aktynowców, przeto są trudne do odtworzenia w ramach znanych podejść dynamicznych. Metoda bazująca na ewolucji czasowej pozwala znaleźć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych sposobów fragmentacji jądra. Kwantowy charakter tego podejścia wskazuje, że fizyka zagadnienia jest w nim ujęta w sposób dokładny, jednakże w zakresie dopuszczonym przez mocno obciążoną przestrzeń zmiennych kolektywnych. Rozkłady mas fragmentów rozszczepienia wynikające z tej przewidują jednak zbyt małe prawdopodobieństwa dla wysoce asymetrycznych podziałów mas w porównaniu z rozkładami doświadczalnymi. Przyczyną tego jest, bez wątpienia, brak chociażby zmiennych opisujących kształt "szyjki" i nieosiowość. Dodatkowe deformacje, mogące spowodować powstanie nowych kanałów rozszczepienia lub znaczne modyfikacje już istniejących są niezbędne dla wyeliminowania nieciągłości w zachowaniu się wyznaczonych dotychczas funkcji całkowitej energii kinetycznej (TKE). Znany jest również fakt, że pracując tylko w przestrzeni deformacji osiowych (Q_{20}, Q_{30}), nie jesteśmy w stanie jednoznacznie odróżnić konfiguracji tuż przed rozpadem, charakteryzujących się znacznie różniącymi się momentami Q_{20} i Q_{30} jądra złożonego i jednocześnie prawie identycznymi podziałami mas fragmentów. Własność ta stoi u podstaw tzw. bimodalności rozszczepienia, obserwowanej np. w jądrach ^{258}Fm czy ^{258}No .

Przeprowadzono także szczegółową dyskusję zależności rozkładów mas fragmentów dla jądra ^{252}Cf od własności fizycznych stanu początkowego poddawanego ewolucji czasowej. W celu efektywnego uwzględnienia brakujących kolektywnych stopni swobody, zastosowano dodatkowo mechanizm losowego rozerwania szyjki (RNR), który spowodował znaczne wygładzenie krzywych rozkładów mas, typowo otrzymywanych z oryginalnego modelu ewolucji, jak w przypadku jąder fermów. Stwierdzono, że teoretyczne rozkłady mas fragmentów rozszczepienia, otrzymane w niniejszym modelu dynamicznym dla stanów początkowych o różnych energiach, parzystościach a także dla superpozycji stanów z różnymi wagami statystycznymi stanów składowych, są zasadniczo mało czułe na te własności. Skrajne różnice w liczbie nukleonów fragmentów rozszczepienia wynoszą, co najwyżej, 2 jednostki.

Ostatecznie, należy przyznać, że opis dynamiki rozszczepienia w ramach tego modelu nie będzie kompletny dopóki, chociażby w sposób przybliżony, nie będzie uwzględniona możliwość wymiany energii pomiędzy modami kolektywnymi i jednocząstkowymi, żądana przez zasadę zachowania energii. Przypomnijmy, że w modelach typu HFB, taki "odpływ" energii kolektywnej wymaga kreacji dwóch kwazicząstkowych wzbudzeń, które mogą zaabsorbować porcję energii o wartości 2Δ , gdzie Δ jest energią potrzebną do rozerwania skorelowanej pary nukleonów. W szczególnym przypadku jakim jest jądro ^{238}U , założenie braku takiego przepływu energii podczas ewolucji jądra od punktu siodłowego do punktu rozerwania może być jakościowo uzasadnione przez odniesienie się do doświadczalnych wartości przerw energetycznych.

Na koniec rozdziału 4 przedstawione zostało stosunkowo proste podejście dynamiczne, służące do wyznaczania efektywnych jednowymiarowych ścieżek do rozszczepienia,

które może w efekcie prowadzić do poprawy oszacowań czasów życia jąder atomowych. Zastosowane przybliżenie wprowadza modyfikację efektywnej bariery na rozszczepienie dzięki uwzględnieniu możliwości drgań jądra w kierunku lokalnie poprzecznym do ścieżki prowadzącej do rozpadu jądra na fragmenty. Na skutek zmienności sztywności potencjału wzdłuż doliny potencjału oraz parametru masowego w funkcji wydłużenia jądra, rozwiązania własne hamiltonianu odpowiadające drganiom zerowym jądra również zmieniają swe położenie energetyczne względem dna doliny. Jak już wspomniano, takie rozwiązania w funkcji momentu kwadrupolowego tworzą rodzaj bariery dynamicznej, zwykle niższej niż tradycyjna bariera statyczna. Obniżenie bariery o około 1 MeV (w przybliżeniu o 10%) w badanych jądrach ^{226}Th i ^{238}U skutkować może redukcją czasów życia o około 1-2 rzędów wielkości. Efekt tego rzędu nie może być zignorowany. Dyskusje przeprowadzone w ramach tego podejścia mogą stanowić impuls do rozbudowania modelu o dodatkowe stopnie swobody istotne dla procesu rozszczepienia, takie jak nieosiowość, parametr szyjki czy szerokości "pairingowych" przerw energetycznych.

Literatura

- [Hab1] A. Szulerecka, A. Dobrowolski and A. Góźdz, „Generalized projection operators for intrinsic rotation groups and nuclear collective models”, Phys. Scr. **89**, 054033 (2014).
- [Hab2] A. Dobrowolski, A. Góźdz, A. Szulerecka, „Electric transitions within the symmetrized tetrahedral and octahedral states”, Phys. Scr. **T 154**, 014024 (2013).
- [Hab3] A. Dobrowolski, K. Mazurek, A. Góźdz, „Consistent quadrupole-octupole collective model”, Phys. Rev. **C 94**, 054322 (2016).
- [Hab4] A. Dobrowolski, K. Mazurek, A. Góźdz, „Influence of dipole deformations on electric transitions in ^{156}Gd nucleus”, Acta Phys. Polon. **B 48**, 565 (2017).
- [Hab5] A. Dobrowolski, A. Szulerecka, A. Góźdz, „Electric transitions in hypothetical tetrahedral/octahedral bands”, Acta Phys. Polon. **B 44**, 333 (2013).
- [Hab6] A. Dobrowolski, H. Goutte, J.-F. Berger, „Collective dynamics effects in fission of $^{256,258}\text{Fm}$ nuclei”, Int. J. Mod. Phys. **E 17**, 81 (2008).
- [Hab7] A. Zdeb, A. Dobrowolski, M. Warda, „Fission dynamics of ^{252}Cf ”, Phys. Rev. **C 95**, 054608 (2017).
- [Hab8] A. Dobrowolski, H. Goutte, J.-F. Berger, „Microscopic determination of fission barriers (mean-field and beyond)”, Int. J. Mod. Phys. **E 16**, 431 (2007).
- [D1] H. Molique, J. Dudek, D. Curien, A. Góźdz, A. Dobrowolski, Int. Jour. Mod. Phys. **E 19**, 633 (2010).
- [D2] J. Dudek, K. Mazurek, D. Curien, A. Dobrowolski *et al.*, Acta Phys. Polon. **B 40**, 713 (2009).

- [D3] A. Dobrowolski, A. Gózdź, K. Mazurek, J. Dudek, *Int. Jour. Mod. Phys. E* **20**, 500 (2011).
- [D4] A. Gózdź, A. Szulerecka, A. Dobrowolski, J. Dudek, *Int. Jour. Mod. Phys. E* **20**, 199 (2011).
- [D5] A. Gózdź, M. Miśkiewicz, J. Dudek, A. Dobrowolski, *Int. Jour. Mod. Phys. E* **18**, 1028 (2009).
- [D6] A. Gózdź, A. Szulerecka, A. Dobrowolski, *Int. Jour. Mod. Phys. E* **20** 565 (2011).
- [D7] A. Gózdź, A. Dobrowolski, J. Dudek, K. Mazurek, *Int. Jour. Mod. Phys. E* **19**, 621 (2010).
- [D8] A. Gózdź, A. Szulerecka, A. Dobrowolski, *Acta Phys. Polon. B* **42**, 459 (2011).
- [D9] A. Dobrowolski, A. Gózdź, J. Dudek, *Int. J. Mod. Phys. E* **19**, 685 (2010).
- [D10] A. A. Gusev, S. I. Vinitzky, A. Gózdź, A. Dobrowolski, *Acta Phys. Polon.* **10**, 99 (2017).
- [D11] J. Bartel, A. Dobrowolski, K. Pomorski, *Int. J. Mod. Phys. E* **16**, 459 (2007).

- [1] S. G. Rohoziński, *Rep. Prog. Phys.* **51**, 541 (1988).
- [2] P. A. Butler, W. Nazarewicz, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 349 (1996).
- [3] N. Minkov, P. M. Walker, *Eur. Phys. J. A* **48**, 80 (2012); *Phys. Scr.* 89, 054021 (2014). *Phys. Lett. B* 694, 119 (2010).
- [4] L. Bonneau, N. Minkov, Dao Duy Duc, P. Quentin, and J. Bartel, *Phys. Rev. C* **91**, 054307 (2015).
- [5] S. G. Rohoziński, *Phys. Rev. C* **56**, 165 (1997).
- [6] J. Dudek, A. Gózdź, N. Schunck, *Acta Phys. Pol. B* **34**, 2491 (2003).
- [7] J. Dudek, A. Gózdź, N. Schunck, M. Miśkiewicz, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 252502 (2002).
- [8] J. Dudek, J. Dobaczewski, N. Dubray, A. Gózdź, V. Pangon, N. Schunck, *Int. J. of Modern Phys. E* **16**, 516 (2007).
- [9] J. Dudek, A. Gózdź, D. Curien, V. Pangon, N. Schunck, *Acta Phys. Polon. B* **38**, 1389 (2007).
- [10] L. Próchniak and S. G. Rohoziński, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **36**, 123101 (2009).
- [11] V. Yu. Denisov, A. Yo. Dzyublik, *Nucl. Phys. A* **589**, 17 (1995).
- [12] J. Engel and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1126 (1985).

- [13] J. Engel and F. Iachello, Nucl. Phys. **A 472**, 61 (1987).
- [14] D. Bonatsos, D. Lenis, N. Minkov, D. Petrellis, P. Yotov, Phys. Rev. **C 71**, 064309 (2005).
- [15] W. Nazarewicz, P. Olanders, I. Ragnarsson, J. Dudek, G. A. Leander, P. Möller and E. Ruchowska, Nucl. Phys. **A 429**, 269 (1984).
- [16] W. Nazarewicz, J. Dudek, R. Bengtsson, T. Bengtsson, I. Ragnarsson, Nucl. Phys. **A 435**, 397 (1985).
- [17] T. M. Shneidman, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos, and S.-G. Zhou, Phys. Rev. **C 92**, 034302 (2015).
- [18] J. Q. Chen, J. Ping and F. Wang, *Group Representation Theory for Physicists*, (Singapore, World Scientific, 2002).
- [19] M. K. Pal, *Theory of Nuclear Structure*, (Scientific and Academic Edition, 1983).
- [20] S. G. Rohoziński, L. Próchniak, Acta Phys. Pol. Proc. Suppl. **10**, 191 (2017).
- [21] M. Jentschel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **104**, 222502 (2010).
- [22] M. Sugawara, H. Kusakari, Y. Yoshizawa, H. Inoue, T. Morikawa, T. Shizuma, and J. Srebrny, Phys. Rev. **C 83**, 064308 (2011).
- [23] H. Goutte, J.-F. Berger, P. Casoli, D. Gogny, Phys. Rev. **C 71**, 024316 (2005).
- [24] W. J. Świątecki, Phys. Rev. **104**, 993 (1956).
- [25] S. Cohen and W. J. Świątecki, Ann. Phys. (N.Y.) **22**, 406 (1963).
- [26] J. R. Nix, Ann. Phys. (N.Y.) **41**, 52 (1967).
- [27] A. Gózdź, A. Pedrak, Phys. Scr. **T 154**, 014025 (2013).
- [28] S. G. Rohoziński, M. Gajda, and W. Greiner, J. Phys. G: Nucl. Phys. **8**, 787 (1982).
- [29] C. Wexler, G. G. Dussel, Phys. Rev. **C 60**, 014305 (1999).
- [30] D. R. Inglis, Phys. Rev. **96** (1954) 1059, **103** 1786, (1956). S. T. Balyeav, Nucl. Phys. **24** 322 (1961).
- [31] R.D. Woods, D.S. Saxon, Phys. Rev. **95**, 577 (1954).
- [32] S. Ćwiok, J. Dudek, W. Nazarewicz, J. Skalski, T. Werner, Comput. Phys. Comm. **46**, 379 (1987).
- [33] N. Dubray, *doctor thesis*, Université de Louis Pasteur de Strasbourg, France (2005).
- [34] V. M. Strutinsky, Yad. Fiz **3**, 614 (1966). V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. **A 95**, 420 (1967). V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. **A 122**, 1 (1968).

- [35] D. R. Bes, Z. Szymanski, Nucl. Phys.**28**, 42 (1963).
- [36] M. Bolstreli, E. O. Fiset, J. R. Nix, J. L. Norton, Phys. Rev. **C 5**, 1050 (1972).
- [37] J. Dudek, K. Pomorski, N. Schunck and N. Dubray,
Eur. Phys. J. A **20**, 165 (2004).
- [38] A. Dobrowolski, K. Pomorski, J. Bartel, Phys. Rev. **C 75**, 024613 (2007).
- [39] J. Dudek, A. Gózdź and D. Rosły, Acta Phys. Polon. **B 32**, 2625 (2001).
- [40] M. Miśkiewicz, A. Gózdź, J. Dudek, Int. J. Mod. Phys. **E 13**, 127 (2004).
- [41] K. Pomorski, Comp. Phys. Comm. **174**, 181 (2006).
- [42] P. Jachimowicz, M. Kowal and J. Skalski, Phys. Rev. **C 87**, 044308 (2013).
- [43] J.M. Eisberg, W. Greiner, *Nuclear models: collective and single particle phenomena*,
(North-Holland, Amsterdam, 1987).
- [44] J. F. Cornwell, *Group Theory in Physics*, Vol. 1, (New York Academic, 1994).
- [45] A. O. Barut, R. Raczka, *Theory of Group Representations and Applications*, Sin-
gapoore, World Scientific, (1986).
- [46] A. A. Gusev, V. P. Gerdt, S. I. Vinitzky , V. L. Derbov, A. Gózdź, A. Pędrak, A.
Szulerecka, A. Dobrowolski, Computer Algebra in Scientific Computing, Vol. 9890
of the series Lecture Notes in Computer Science, **228** (2016).
- [47] M. Warda, J.L. Egidio, L.M. Robledo, K. Pomorski Phys. Rev. **C 66**, 014310 (2002).
- [48] L. Bonneau, Phys. Rev. **C 74** 014301 (2006).
- [49] R. Smolańczuk, J. Skalski, and A. Sobiczewski, Phys. Rev. **C 52**, 1871 (1995).
- [50] P. Möller, A. Sierk, and A. Iwamoto, Phys. Rev. Lett. **92**, 072501 (2004).
- [51] B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman, Phys. Rev. **C14**, 1832 (1976).
- [52] S. Panebianco, J.L. Sida, H. Goutte, J.F. Lemaître, N. Dubray and S. Hilaire,
Phys. Rev. C **86**, 064601 (2012).
- [53] Arimoto Y and Chiba Y Phys. Rev. **C88** 044614 (2013).
- [54] J. Randrup, P. Möller, Phys. Rev. Lett. **106**, 132503 (2011).
- [55] J. Randrup, P. Möller, J. Sierk, Phys. Rev. **C84**, 034613 (2011).
- [56] <http://hal.in2p3.fr/in2p3-00976648>
- [57] K. F. Flynn, J. E. Gindler, R. K. Sjoblom and L. E. Glendenin, Phys. Rev. **C 11**
1676 (1975).

- [58] K. F. Flynn, J. E. Gindler and L. E. Glendenin, Phys. Rev. **C 12**, 1478 (1975).
- [59] J. Dechargé, D. Gogny, Phys. Rev. **C 21** (1980) 1568, J.-F. Berger, M. Girod, D. Gogny, Comp. Phys. Comm. **63**, 365 (1991).
- [60] M. Warda, A. Zdeb, Phys. Scr. **90**, 114003 (2015).

6 Dodatkowe osiągnięcia naukowe

Poniższa część autoreferatu poświęcona jest mojej działalności naukowej, prowadzonej obok głównego tematu badawczego, omówionego szczegółowo w czterech pierwszych jego rozdziałach. Artykuły oznaczone indeksami od [A] do [J] zawierają mój osobisty wkład.

Wstępna część tego rozdziału dotyczy barier na rozszczepienie jąder atomowych i stanowi kontynuację badań prowadzonych podczas doktoratu.

Barierę na spontaniczne rozszczepienie są wyznaczone w dobrze znanej w fizyce jądra atomu od kilku dekad metodzie makroskopowo-mikroskopowej, stosowanej również w rozdziale 2 do zagadnienia rozpadów γ w jądrze ^{156}Gd .

W celu opisu kształtu powierzchni jądra użyto kompletnego zestawu tzw. zmodyfikowanych parametrów deformacji typu "Funny-Hills" $\{c, h, \alpha, \eta\}$ [A], które były przedmiotem szczegółowych analiz podczas doktoratu w kierunku ich optymalizacji, zwłaszcza do procesu rozszczepienia i emisji lekkich cząstek. Kształt bariery (wyznaczana w szczególności przez jej wysokość i szerokość) jest kluczowym czynnikiem decydującym o czasie życia jądra ze względu na rozszczepienie.

W niektórych spośród niżej wymienionych prac dotyczących zjawiska rozszczepienia, stanowczo podkreślony został fakt, że deformacje multipolowe $\alpha_{\lambda\mu}$ są przeznaczone głównie do opisu zjawisk jądrowych występujących przy tzw. normalnej deformacji jądra. W przypadku aktywności, są to kształty z okolic stanu podstawowego i pierwszego siodła. Dla bardziej wydłużonych kształtów pojawiających się na drodze do rozszczepienia, konieczne staje się rozszerzenie przestrzeni deformacyjnej o przynajmniej kształty osiowe o multipolowości $\lambda = 4, 6, 8, \dots$ a także niektóre kształty nieosiowe, co daje ostatecznie przestrzeń o liczbie wymiarów znacznie większej niż 4. Oczywiście jest, że rachunki numeryczne w takich wielowymiarowych dziedzinach znacznie się komplikują.

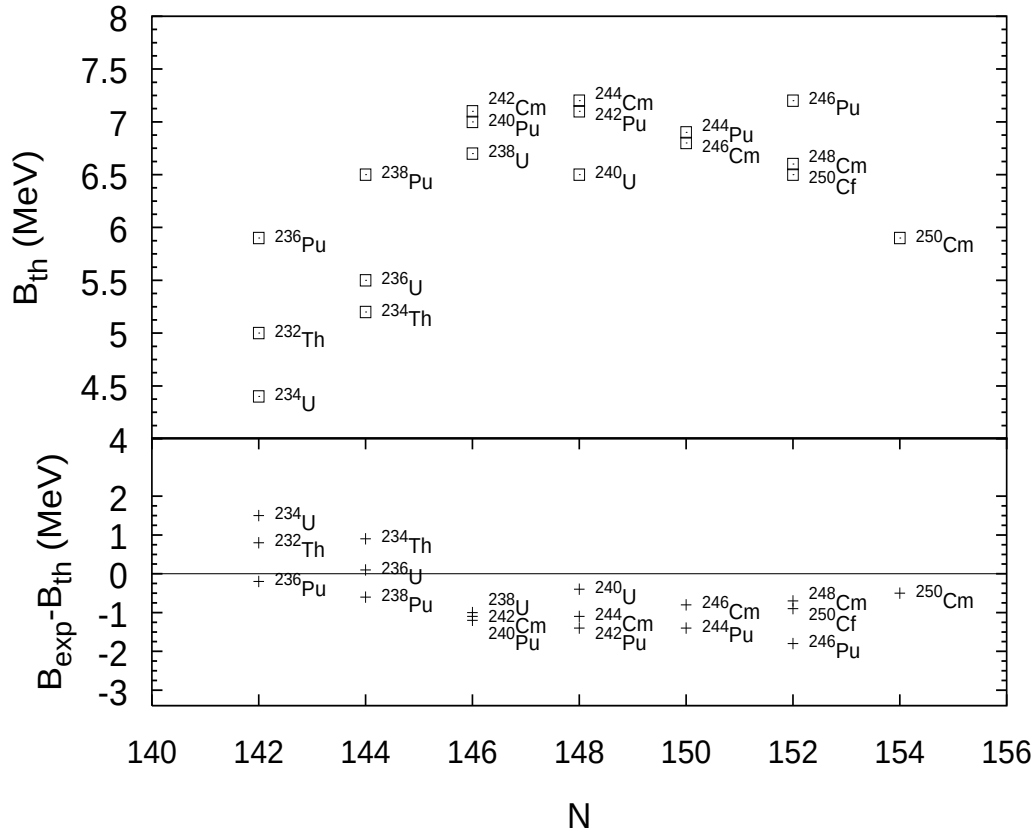
Alternatywnie, definiuje się dwuwymiarową przestrzeń wiodących deformacji, używając parametrów $\{c, h\}$ jako współrzędnych kolektywnych opisujących odpowiednio wydłużenie jądra i kształt szyjki oraz dwuwymiarową przestrzeń dodatkowych deformacji $\{\alpha, \eta\}$, opisujących odpowiednio kształty asymetryczne względem płaszczyzny XOY oraz nieosiowe.

Jak wiadomo, dla jąder aktywności w regionie od ^{230}Th do ^{250}Cf , jak też dla cięższych jąder jak np. $^{268}_{104}\text{Rf}$ do $^{278}_{116}\text{Lv}$, konfiguracje siodłowe przyjmują kształty nieosiowe i dla większych wydłużeń, również kształty odbiciowo-asymetryczne.

Używając udoskonalonych metod rachunku różniczkowego w wielu wymiarach w stosunku zastosowanych w doktoracie, wyznaczono wszystkie fizycznie istotne punkty stacjonarne (minima, maksima, siodła) powierzchni energii potencjalnej dla próbki 18 jąder aktywności. Wszystkie rezultaty tych badań łącznie z dokładnym omówieniem użytej metody opublikowane zostały w pracy [B]. Wspomniane udoskonalenia metody wyznaczania punktów stacjonarnych polegały, w skrócie, na zastosowaniu aproksymacji potencjału zdefiniowanego na czterowymiarowej siatce $\{c, h, \alpha, \eta\}$ w bezpośrednim otoczeniu punktu podejrzanego o istnienie ekstremum oraz wyznaczeniu kierunków normalnych na płaszczyźnie $\{c, h\}$ w celu poszukiwania fizycznie istotnych siodła. Kierunki normalne wyliczane były poprzez diagonalizację macierzy drugich pochodnych funkcji potencjału (Hessianu) w punktach podejrzanym. Jeżeli w układzie współrzędnych normalnych dany punkt podejrzanym nadal spełniał odpowiednie standardowe warunki, był on uznawany za

właściwy punkt siodłowy, w przeciwnym razie, był odrzucany. Powyższe udoskonalenia podniosły dokładność wyznaczania fizycznie istotnych minimów, maksimów oraz siodła bariery na spontaniczne rozszczepienie.

Rysunek 14 pokazuje wysokości barier makroskopowo-mikroskopowych na rozszczepienie dla tych jąder jako różnicy energii całkowitej pomiędzy punktem siodłowym i stanem podstawowym. W dolnej części tego rysunku wykreślone zostały różnice pomiędzy barierami doświadczalnymi i wyliczonymi w tym modelu.



Rysunek 14: Wyliczone wysokości barier na rozszczepienie w omawianym modelu makroskopowo-mikroskopowym (B_{th}) dla jąder aktynowców, począwszy od ^{232}Th do ^{250}Cf w funkcji liczby neutronów (górny wykres) oraz różnice pomiędzy barierami eksperymentalnymi z pracy [Moller04] i teoretycznymi (dolny wykres).

Z Rysunku 14 można wnioskować, że zastosowany w pracy [B] model makroskopowo-mikroskopowy z energią kroplową typu LSD (Lublin-Strasbourg Drop), tradycyjną poprawką Strutinskiego oraz poprawką na oddziaływanie pairing daną w modelu BCS w przybliżeniu z jednorodną przerwą energetyczną ("uniform gap method") [Brack72] jest w stanie odtworzyć wysokości barier ze średnim błędem kwadratowym rms równym 1 MeV w stosunku do barier doświadczalnych.

Dla porównania, w pracy [C] obliczone zostały również makroskopowo-mikroskopowe bariery na rozszczepienie dla 18 aktynowców z użyciem tzw. fenomenologicznego *twierdzenia topograficznego* W. Świąteckiego oraz tego samego co wyżej modelu matematycznego do opisu energii jądra w funkcji deformacji. Średni błąd kwadratowy dla takich

barier w odniesieniu do danych doświadczalnych wynosi 0.31 MeV, natomiast maksymalna niezgodność jest rzędu 0.67 MeV.

Od początku działalności naukowej byłem zainteresowany procesami rozpadów jąder atomowych, a w szczególności rozszczepieniem i przejściami elektromagnetycznymi. Jak wiadomo, proces rozszczepienia opisuje deekscytację jądra złożonego, obecnie najczęściej otrzymywanego w procesie zderzeń ciężkich jonów, jako systemu silnie wzbudzonego, czyli niosącego dużą energię wewnętrzną oraz wysoki moment pędu. Wówczas emisja lekkich cząstek, takich jak neutrony, protony czy cząstki alfa mogą być uważane jako procesy konkurencyjne do rozszczepienia. Zależność prawdopodobieństwa emisji lekkich cząstek od energii emitowanej cząstki, masy i ładunku jądra emitującego, jego kształtu, temperatury i momentu pędu jest więc zagadnieniem wartym zainteresowania. Z powodu unoszenia przez wysyłaną cząstkę energii i momentu pędu, jej emisja prowadzi do podwyższenia bariery na rozszczepienie i w konsekwencji, do spadku prawdopodobieństwa rozszczepienia. Jest to więc zagadnienie komplementarne w stosunku do poprawnego wyznaczania barier na rozszczepienie, istotne także dla dokładniejszego szacowania czasów życia jąder superciężkich.

Punktem wyjścia do rachunków współczynnika transmisji przez barierę potencjału dla cząstek lekkich ze wzbudzonego, zdeformowanego jądra jest słynna formuła Weisskopfa przytoczona w pracy [Weiss37]. Dla protonu oraz cząstki alfa współczynnik transmisji może być dany w przybliżeniu WKB Hilla-Wheelera, przypomnianego w artykule [HiWh53], w którym kształt bariery wynika ze złożenia potencjału Coulomba i realistycznego potencjału jednocząstkowego zdefiniowanego wokół wierzchołka bariery. Dla neutronów, współczynnik transmisji jest przyjęty jako równy jeden, gdy prostopadła składowa pędu cząstki spełnia nierówność $p_{\perp}^2/2m \geq V_0$, oraz zero, dla pozostałych przypadków. Wielkość V_0 jest głębokością potencjału jednocząstkowego w przybliżeniu potencjału o jednorodnym rozkładzie.

W kolejnym kroku, potencjały odczuwane przez cząstki są uśredniane po dostępnych momentach pędu cząstki. Przypomnę, że moment pędu cząstki nie jest mierzony w eksperymencie. Ostatecznie, otrzymany po takim uśrednieniu współczynnik transmisji jest dodatkowo uśredniany po całej powierzchni zdeformowanego jądra.

W wyniku takich rachunków otrzymuje się średni współczynnik transmisji dla protonów, neutronów oraz cząstek alfa, zależny nie tylko od masy i ładunku jądra-matki, A , Z , ale zasadniczo od energii cząstki. Otrzymane zależności można symulować analityczną formułą wielomianową, wypisaną jawnie w pracy [D].

Okazuje się, że ta prosta formuła pracuje dobrze, dając oszacowania współczynników transmisji ze średnim błędem kwadratowym rms równym 0.011 dla neutronów, 0.016 dla cząstek alfa i 0.019 dla protonów w stosunku do oszacowań numerycznych. Jak można się przekonać, w przypadku wysoce wzbudzonych oraz szybko rotujących jąder, zależność współczynników transmisji od deformacji jest raczej słaba. Formuła ta może być bardzo przydatna w rachunkach polegających na rozwiązywaniu równań Langevina w wielowymiarowych przestrzeniach deformacji jądra w celu wyliczania szerokości rozpadów, wielokrotności emitowanych cząstek a także rozkładów mas i energii kinetycznych fragmentów rozszczepienia.

W 2013 roku nawiązałem współpracę naukową z prof. S. Abergiem z Uniwersytetu w Lund. Podczas dwóch kilkudniowych pobytów w Szwecji, dyskutowane były teoretyczne

podejścia pozwalające wyznaczać gęstości wibracyjnych i rotacyjnych poziomów energetycznych w zależności od energii wzbudzenia jądra. Teoretyczne podstawy do opisu tego zagadnienia, przedstawionego w pracy [E], zostały opracowane przez H. Uhrenholta.

W ramach tej współpracy zostałem poproszony o dokończenie niektórych szczegółowych analiz. Jednocześnie, program numeryczny **Yukawa**, służący do rozwiązywania zagadnienia własnego pola średniego typu folded-Yukawa był na etapie usprawniania i przygotowywania do publikacji w *Computer Physics Communications*. Potencjał ten, jak się okazało, był również używany do generowania spektrów jednocząstkowych jako bazy dla mikroskopowych wielociałowych stanów wibracyjnych i rotacyjnych, otrzymywanych poprzez kombinatoryczne wzbudzenie cząstek.

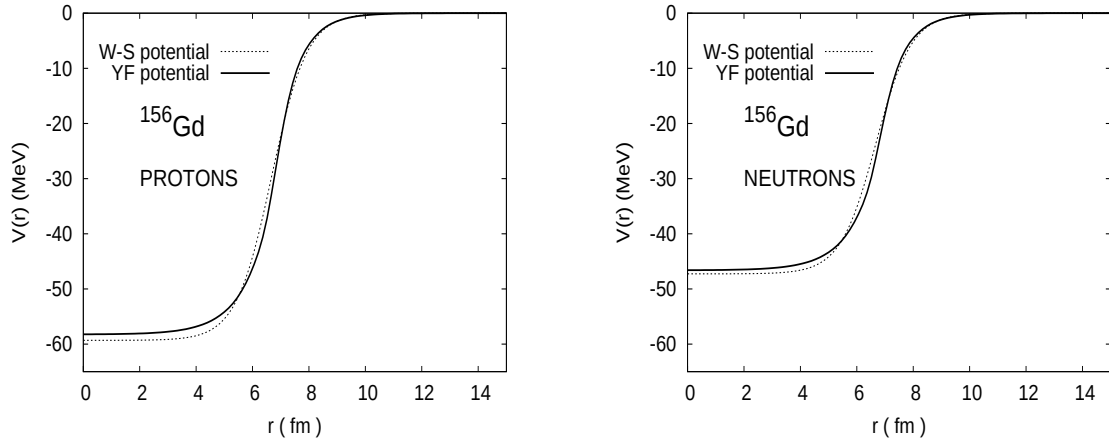
Na początku 2016 roku kod **Yukawa** został opublikowany w pracy [F]. Jest to efektywny algorytm służący, jak wspomniano, rozwiązywaniu równania Schrödingera hamiltonianu jednocząstkowego folded-Yukawa w bazie anizotropowego oscylatora harmonicznego we współrzędnych kartezjańskich.

W obecnej formie kod ten jest przeznaczony szczególnie do generowania i diagonalizacji foldowanego potencjału Yukawy o kształtach wydłużonych, odbiciowo-asymetrycznych, nieosiowych z szyjką, danych w tzw. parametryzacji *Funny-Hills* [Brack72] lub parametryzacji Trentalanga-Koonina-Sierka [TKS80], zdefiniowanych we współrzędnych cylindrycznych, dla których jedyną symetrią kształtu jest tzw. *z-symetria*, czyli symetria ze względu na obrót o kąt 180 stopni wokół osi *OZ*. Zaletą tego kodu jest to, że dowolna parametryzacja kształtu, włączając parametryzację multipolową, spełniająca wyżej wymieniony warunek symetrii, może zostać w nim zastosowana, bez konieczności ingerencji w pozostałe procedury. Również procedura generująca pole średnie może być łatwo rozszerzona o możliwość wyboru innego niż folded-Yukawa potencjału. Pozostałe bloki programu, odpowiedzialne za definiowanie bazy, rozkładu funkcji falowej w bazie, obliczanie elementów macierzowych i diagonalizacji macierzy hamiltonianu są całkowicie ogólne i mogą współpracować z innymi potencjałami i kształtami powierzchni jądra. Z drugiej strony, jak pokazuje Rys. 15, potencjały folded-Yukawa i Woodsa-Saxona z parametrami uniwersalnymi dla jądra ^{156}Gd nie różnią się od siebie w znaczny sposób.

Niewielka różnica około $\approx 0.5\text{ MeV}$ jest widoczna na Rys. 15 w głębokości obydwu potencjałów dla jądra Gd oraz około $\approx 1.5\text{ MeV}$ dla pozostałych dwóch jąder omawianych w pracy [F].

Program **Yukawa** napisany jest w Fortranie z reprezentacją liczb w podwójnej precyzji. Kod o długości około 1770 wierszy składa się z 10 podprogramów i dwóch funkcji podwójnej precyzji. Struktura programu przedstawiona jest schematycznie na Rys. 16.

We wspomnianym wcześniej artykule [E] odnoszącym się do gęstości poziomów jądrowych, mikroskopowa funkcja gęstości poziomów jest zdefiniowana w sposób całkowicie kombinatoryczny (mikrokanoniczny), oparty na potencjale jednocząstkowym folded-Yukawa oraz użyciem oddziaływań pairing w stosunku do stanów wibracyjnych jak i rotacyjnych. Mikroskopowy charakter takich stanów umożliwia zdefiniowanie funkcji gęstości stanów w zależności od szerokości przerwy energetycznej, parzystości oraz momentu pędu. Wyniki modelu kombinatorycznego porównano z dostępnymi wówczas danymi doświadczalnymi: energiami separacji neutronów, odległościami między poziomami, gęstościami poziomów w metodzie Oslo, kumulatywnymi gęstościami poziomów dla niskoleżących dyskretnych stanów oraz danymi odnośnie stosunków parzystości. Wybrane

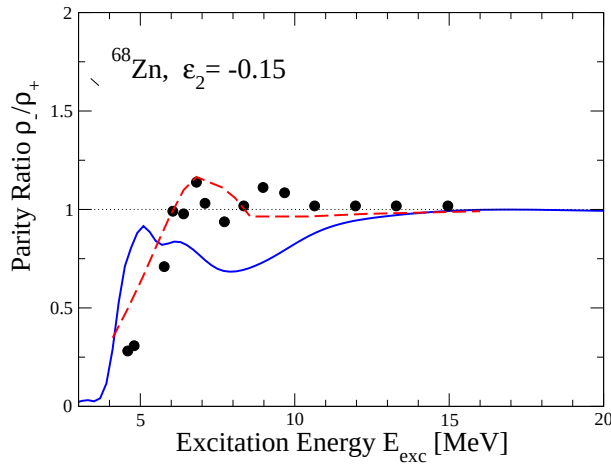


Rysunek 15: Porównanie sferycznych potencjałów folded-Yukawa (linia ciągła) i Woods-Saxona (linia przerywana) dla izotopu ^{156}Gd dla protonów (lewy wykres) i dla neutronów (prawy wykres).

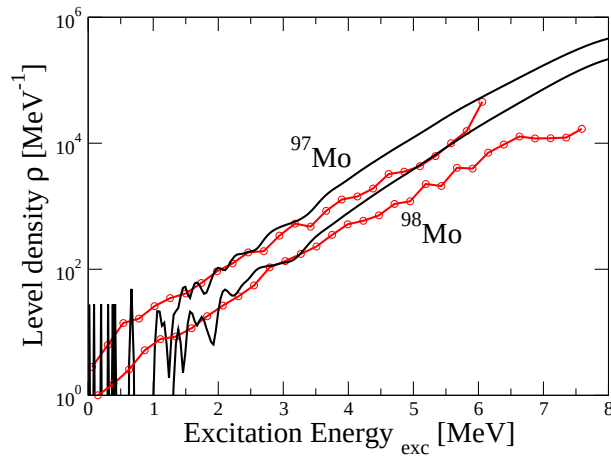
rezultaty przedstawione poniżej ukazują mój wkład do tej pracy.

Z punktu widzenia modelu jednocząstkowego, oczywiste jest, że stosunek parzystości stanów powinien wykazywać nietrywialną strukturę. Ponieważ stany jednocząstkowe powyżej i poniżej, zwykle dużych, przerw energetycznych mają różną parzystość, wzbudzenie cząstek powinno zmieniać stosunek parzystości stanów wielociałowych. Jednocząstkowe przerwy energetyczne zwykle maleją wraz ze wzrostem deformacji jądra, w związku z czym spodziewamy się, że ich oscylacje również powinny maleć. Istotnie, dla większych deformacji, oscylacyjny charakter ich zachowania zanika a stosunek parzystości zbliża się do jedności. Na Rys. 17 zaczerpniętym z pracy [E] przedstawiono stosunek parzystości dla jądra ^{68}Zn w funkcji energii wzbudzenia. Ciągła niebieska linia pokazuje wynik z tego modelu, czerwona przerywana linia odnosi się do modelu statystycznego z rzutowaniem na dobrą parzystość, natomiast czarne kropki reprezentują rachunki z użyciem modelu powłokowego typu Monte-Carlo. Stosunek parzystości, jak widać, dąży do jedności dla energii wzbudzenia około 10 MeV w każdym z trzech modeli. We wszystkich tych podejściach, typowe jest oscylacyjne zachowanie dla mniejszych energii. Wspomniana wyżej metoda Oslo jest powszechnie używanym podejściem eksperymentalnym w celu wyekstrahowania funkcji gęstości poziomów w zależności od energii wzbudzenia. Metoda ta jest jednak modelowo zależna, gdyż bazuje na modelu gazu Fermiego i zawiera obcięcie wartości momentów pędu jądra.

Rysunek 18 opublikowany w pracy [E] prezentuje wyniki dla dwóch izotopów molibdenu. Ogólna rozbieżność pomiędzy wynikami modelu i danymi eksperymentalnymi jest, do pewnego stopnia sprawą drugorzędną, w porównaniu do dobrej zgodności otrzymanej w całym regionie jąder ziem rzadkich. Dla molibdenów, wyniki prezentowanego modelu są średnio 3 razy za duże dla wysokich energii wzbudzenia. Błąd taki dla gęstości poziomów idzie w parze z także wysokim błędem rms, wynoszącym 3.7, dla odległości poziomów przy energii równej energii separacji neutronów. Na dodatek, odmiennie niż w ziemiach rzadkich, również nachylenia i szczegółowa struktura funkcji gęstości poziomów są słabo odtwarzane w izotopach molibdenu.

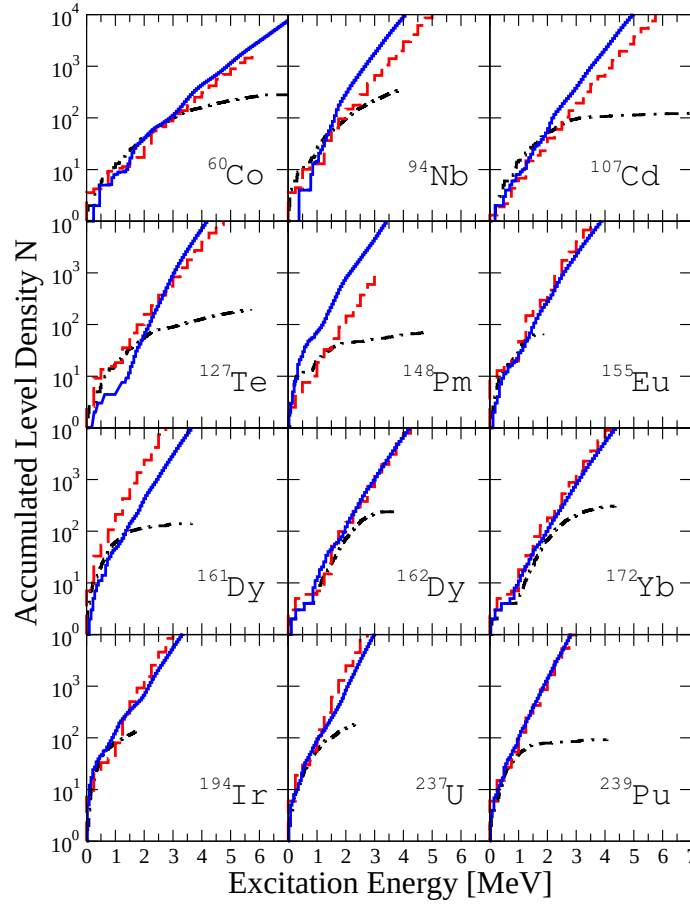


Rysunek 17: Stosunek parzystości w funkcji energii wzbudzenia. Ciągła niebieska linia pokazuje wyniki modelu kombinatorycznego. Czerwona przerywana linia oraz czarne kropki reprezentują odpowiednio model statystyczny i model powłokowy typu Monte-Carlo.



Rysunek 18: Gęstości poziomów w zależności od energii wzbudzenia dla jąder $^{97,98}\text{Mo}$. Czarna ciągła linia pokazuje wyniki modelu kombinatorycznego a czerwone kropki opisują dane doświadczalne.

jąder dobrze zdeformowanych natomiast trochę większe różnice mogą być widoczne dla jąder o deformacjach pośrednich. Porównując nasze wyniki z tymi z modelu HFB wiadać, że w tym ostatnim uwzględniono zmianę deformacji stanu równowagi powstającą wskutek wzbudzania układu, podczas gdy w naszym modelu deformacja ta pozostawała niezmienną dla wszystkich rozważanych konfiguracji wzbudzonych. W szczególności,

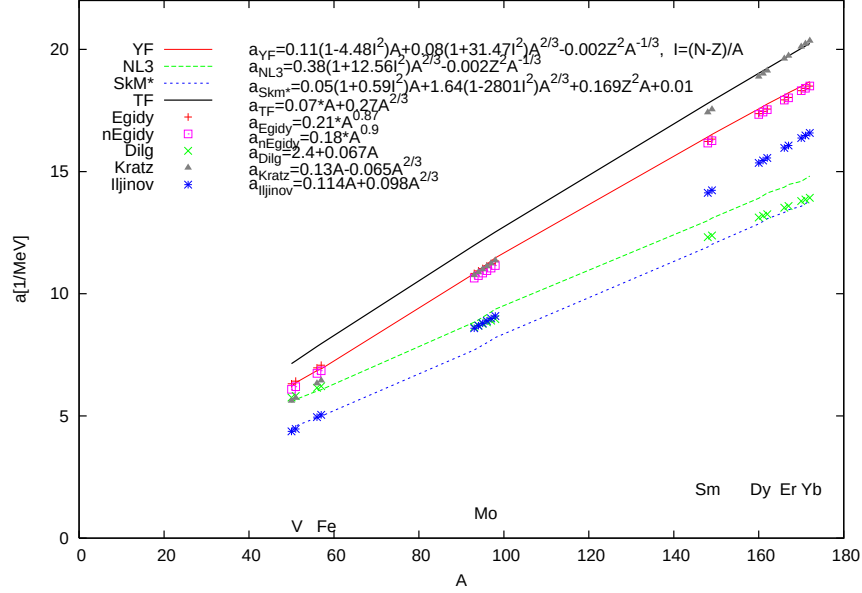


Rysunek 19: Kumulatywne gęstości poziomów w zależności od energii wzbudzenia. Linie: niebieska ciągła i czerwona przerywana pokazują odpowiednio wyniki modelu kombinatorycznego oraz modelu HFB. Linia czarna przerywana z kropkami reprezentuje dane eksperymentalne.

efekt takich zmian, jakkolwiek dokonanych w sposób nieco fenomenologiczny, ma pokazać wpływ na wyniki dla jądra ^{127}Te .

W artykule [G] przedstawiono także ciekawą dyskusję parametru gęstości poziomów jądrowych a , wyliczonego przy zastosowaniu idei rozmywania struktury dyskretnej stanów jednocząstkowych potencjału folded-Yukawa w przestrzeni liczby cząstek, koniecznej ze względu na wprowadzenie do rozważań energii wzbudzenia (temperatury) układu. Dla przypomnienia, w oryginalnej metodzie Strutinskiego rozmywanie takie wykonuje się w przestrzeni energii poziomów jednocząstkowych. Dla niezerowej temperatury, całkowita energia jądra dla danej deformacji może być zatem zdefiniowana jako suma energii jednocząstkowych ważonych prawdopodobieństwem obsadzenia danego stanu, opisanym rozkładem Fermiego w funkcji temperatury. Z drugiej strony, ze znajomości energii całkowitej i entropii układu oblicza się przyrost energii swobodnej układu w funkcji temperatury, który zależy wprost proporcjonalnie od kwadratu temperatury i interesującego nas

współczynnika gęstości poziomów jądrowych. Badania te miały głównie na celu otrzymanie możliwie zwężonej formuły analitycznej, opisującej parametr gęstości poziomów w zależności od masy jądra A , zredukowanego izospinu $I = (N - Z)/A$ oraz deformacji jądra.



Rysunek 20: Parametr gęstości poziomów a w zależności od liczby masowej jądra A , otrzymany z potencjałem pola średniego typu folded-Yukawa (linia ciągła), dane eksperymentalne analizowane przy pomocy formuły Thomasa-Fermiego (linia przerywana), oraz wyniki w modelu gazu Fermiego (linia kropkowana).

Z Rys. 20 wynika, że otrzymane w tej metodzie wyniki są dosyć bliskie oszacowaniom fenomenologicznym w metodzie Thomasa-Fermiego, opartej bezpośrednio na danych doświadczalnych a także dobrze zgadzają się z oszacowaniami dokonanymi w modelu gazu Fermiego von Egidy i współpracowników [vonEg88], również dopasowanego do wyników najnowszych pomiarów.

W ramach modelu makroskopowo-mikroskopowego, badałem energie rotacyjne oraz masy stanów podstawowych dla jąder parzysto-parzystych, począwszy od Fe ($Z=26$) aż do Hs ($Z=108$), opublikowane w artykułach [H,I]. Energia makroskopowa tych jąder była dana za pomocą formuły kropłowej typu Lublin-Strasbourg Drop (LSD), natomiast spektra jednocząstkowe policzone zostały w programie **Yukawa**, opublikowanego w pracy [F]. Mikroskopowe momenty bezwładności *cranking* obliczone zostały przy użyciu programu numerycznego, który został przygotowany na bazie programu **Yukawa** dla zmodyfikowanych parametrów deformacji typu Funny-Hills. Kwantowe poprawki energetyczne typu powłokowego i pairing wyliczono odpowiednio w przybliżeniach Strutinskiego oraz BCS. W rachunkach tych, natężenie oddziaływań pairing dopasowano do eksperymentalnych wartości energii najniższych stanów rotacyjnych w tych jądrach. Dodatkowo, policzone zostały masy tych jąder w stanach podstawowych. Jak wynika z powyższych prac, energie stanów 2^+ dla wybranych jąder dobrze zgadzają się z wartościami eksperymentalnymi.

Dobłą zgodność otrzymano także dla mas dyskutowanych jąder w stanach podstawowych.

Podobne rozważania w ramach przedstawionego wyżej formalizmu przeprowadzono dla izotopów fermu i opublikowano w pracy [J]. Wyniki wspomnianych wyżej trzech prac dowodzą, że momenty bezwładności typu cranking, użyte także w rozdziale 2 do generowania kolektywnych stanów rotacyjnych w jądrze ^{156}Gd , w ogólności dobrze odtwarzają stany rotacyjne pasma podstawowego jąder parzysto-parzystych.

[A] J. Bartel, A. Dobrowolski, K. Pomorski, Int. Jour. Mod. Phys. **E 16**, 459 (2007).

[B] A. Dobrowolski, K. Pomorski, J. Bartel, Phys. Rev. **C 75**, 024613 (2007).

[C] A. Dobrowolski, B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski, J. Bartel, Acta Phys. Polon. **B 40**, 705 (2009).

[D] A. Dobrowolski, K. Pomorski, J. Bartel, Phys. Scr. **T 154**, 014030 (2013).

[E] H. Uhrenholt, S. Aberg, A. Dobrowolski, *et al.*, Nucl Phys. **A 913**, 127 (2013).

[F] A. Dobrowolski, K. Pomorski, J. Bartel, Comp. Phys. Comm. **199**, 118 (2016).

[G] B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski, J. Bartel, A. Dobrowolski, Acta Phys. Polon. **B 39**, 417 (2008).

[H] B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski and A. Dobrowolski, Int. Jour. Mod. Phys. **E 20**, 539 (2011).

[I] A. Dobrowolski, B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski, J. Bartel, Int. Jour. Mod. Phys. **E 19**, 699 (2010).

[J] A. Dobrowolski, B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski, Acta Phys. Polon. **B 42**, 105 (2011).

[Moller04] P. Möller, A. Sierk, and A. Iwamoto, Phys. Rev. Lett. **92**, 072501 (2004).

[Brack72] M. Brack, *et al.*, Rev. Mod. Phys. **44**, 320 (1972).

[Weiss37] V. Weisskopf, Phys. Rev. **52**, 295 (1937).

[HiWh53] D. A. Hill and J. A. Wheeler, Phys. Rev. **89**, 1102 (1953).

[TKS80] S. Trentalange, S.E. Koonin, A.J. Sierk, Phys. Rev. **C 22**, 1159 (1980).

[vonEg88] T. von Egidy, H. H. Schmidt and A. N. Behkami, Nucl. Phys. **A 481**, 189 (1988).

Artur Dobrowolski