



Prof. dr hab. Krzysztof Dębicki  
Instytut Matematyczny  
Uniwersytet Wrocławski  
pl. Grunwaldzki 2/4  
50-384 Wrocław

Wrocław, 31.03.2016

Recenzja pracy doktorskiej mgra Marcina Boryca  
“Multidimensional singular stochastic control problems  
on a finite time horizon”

Przedstawiona do oceny praca doktorska magistra Marcina Boryca, licząca 58 stron, składa się z trzech rozdziałów oraz bibliografii. Praca napisana została w języku angielskim.

Tematyka przedłożonej rozprawy motywowana jest otwartymi zagadnieniami związanymi z problemami singularnego sterowania stochastycznego. Podczas, gdy przypadek jednowymiarowych problemów jest dość dobrze obecnie rozpoznany, wielowymiarowe odpowiedniki zagadnień jednowymiarowych okazują się być znacznie trudniejsze i wciąż wiele otwartych pytań czeka na analizę.

W przyjętym w pracy doktorskiej  $n$ -wymiarowym modelu problemu singularnego sterowania stochastycznego, zanalizowane zostało zagadnienie w skończonym horyzoncie czasowym, w którym proces stanu jest rozwiązaniem odpowiedniego stochastycznego równania całkowego, którego współczynniki mogą zależeć od czasu, a funkcja kosztów bieżących jest wypukła. Praca doktorska analizuje dwa, ściśle powiązane ze sobą pytania dotyczące charakteryzacji i jednoznaczności optymalnego kosztu oraz opisanie optymalnego sterowania w rozważanym uszczegółowionym problemie za pomocą rozwiązania powiązanego zmodyfikowanego problemu Skorochoda.

W Rozdział 2 pracy doktorskiej mgra Boryca dotyczy analizy własności funkcji wartości. Znajdując odpowiednie oszacowania na funkcję wartości oraz wiążąc ją z rozwiązaniem odpowiedniego równania Hamiltona-Jacobiego-Bellmana, ostatecznie wykazano istnienie i jednoznaczność optymalnego sterowania. Wyniki zawarte w tym rozdziale oparte są na pracy wspólnie napisanej z promotorem i opublikowanej w *Annales UMCS*.

Rozdział 3 przedstawionej do oceny rozprawy doktorskiej dotyczy uszczegółowionego problemu optymalnego sterowania  $n$ -wymiarowym ruchem Browna w przypadku parabolicznym. Głównym wynikiem jest twierdzenie mówiące, iż dla każdego (odpowiednio dobranego) punktu startowego, optymalne sterowanie jest rozwiązaniem pewnego zmodyfikowanego problemu Skorochoda. Wynik ten stanowi w pewnym sensie

rozwinięcie rezultatów uzyskanych parę lat temu przez promotora. Zaznaczyć jednak należy, że rozważany w pracy doktorskiej model wydaje się być istotnie trudniejszy w analizie, gdyż zarówno funkcja wartości oraz obszar niedziałania są zależne od czasu.

Metodyka oraz techniki dowodowe użyte w przedstawionej do recenzji pracy doktorskiej, aczkolwiek mają swe korzenie w narzędziach wypracowanych w pracach Łukasza Kruka, zostały znacznie wzbogacone. Pozwoliło to na uzyskanie oryginalnych, trudnych technicznie i zaawansowanych wyników. Zarówno wybór tematyki, jak i strategie dowodów wymagały biegłego opanowania wielu działów teoretycznego rachunku prawdopodobieństwa i analizy stochastycznej. Wiele z częściowych wyników prowadzących ostatecznie do głównych tez dysertacji wymagało na równi pomysłowości i biegłości w operowaniu wieloma narzędziami analityczno-stochastycznymi. Uzyskane wyniki są nowe i zapewne zostaną zauważone w środowisku.

Praca napisana jest starannie, zarówno pod względem formalnym, jak i językowym. Nieliczne, zauważone przeze mnie błędy nie mają wpływu na zdecydowanie pozytywną ocenę w tym względzie. Głównym mankamentem, który utrudnił czytanie pracy, jest zbyt skondensowany styl dowodzenia wyników przedstawionych w Rozdziale 3. Kontrastuje to ze stylem jednorodnie użytym w Rozdziale 2, gdzie wszystkie niezbędne częściowe wyniki są szczegółowo opisane, precyzyjnie prowadząc czytelnika do dowodu głównego wyniku.

Rozprawa doktorska magistra Marcina Boryca spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim. Autor uzyskał oryginalne, niebanalne wyniki. **Wnoszę o dopuszczenie magistra Marcina Boryca do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

