

Opinia o rozprawie doktorskiej pt. „Multidimensional singular
stochastic control problems on a finite time horizon”

mgra Marcina Boryca

W pracy doktorskiej badane jest zagadnienie sterowania procesem wielowymiarowym dyfuzyjnym o liniowym dryfie, ze współczynnikami zależącymi od czasu, na skończonym horyzoncie czasowym za pomocą dodawanego procesu o wahanii skończonym v . Sterowanie takie często nazywa się sterowaniem singularnym jako, że optymalne sterowanie polega na zmianach sterowania na zbiorze miary Lebesgue’a zero. Rozważany funkcjonał kosztu jest sumą dwóch naliczanych w sposób ciągły składowych: z których pierwsza jest ściśle wklęsła ze względu na zmienną stanową zaś druga jest deterministyczna i jest całkowana przez całkowite wahanie v . W pierwszej kolejności pokazany jest szereg dotyczących składników funkcjonału kosztu. W pracy rozwiązane są w zasadzie dwa problemy związane z postawionym zagadnieniem: pokazanie że funkcja wartości spełnia zasadę programowania dynamicznego oraz analiza własności i interpretacja optymalnych strategii dla nieco uproszczonego modelu sterowanego ruchu Browna. Część pierwsza jest opublikowana we wspólnej pracy z promotorem pracy w Annales UMCS. Część druga jeszcze nie była publikowana. Główne wyniki pierwszej części doktoratu opierają się na aproksymacji sterowania o skończonym wahanii sterowaniami lipschitzowskimi o ograniczonej pochodnej. Dla takich regularnych sterowań jest pokazana zasada programowania dynamicznego i równanie Bellmana. Przechodząc do granicy z ograniczeniami dostajemy zasadę programowania w ogólnej sytuacji sterowań o wahanii skończonym i w konsekwencji równanie Bellmana w postaci układu nierówności wariacyjnych. W dalszej kolejności korzystając ze ograniczoności w przestrzeni L^p prawie optymalnych trajektorii wybieramy graniczną trajektorię (za pomocą twierdzenia Mazura) i bazując w liniowości równania stanu identyfikujemy optymalną strategię. Ponieważ funkcjonał, który minimalizujemy jest ściśle wklęsły względem trajektorii mamy jedyność optymalnej

trajektorii i co zatem idzie również (wobec liniowości dynamiki zmiennej stanowej) jedyność optymalnej strategii. Można zauważyć, chociaż to nie jest w pracy wspomniane, że strategia jest funkcją ciągłą względem początkowego stanu (wobec jedyność optymalnej strategii). Wydaje się, że pierwszą część pracy przynajmniej w istotnej części to znaczy zasadę programowania dynamicznego i być może istnienie optymalnych strategii można pokazać dla nieco ogólniejszych założeń bez ograniczania się do liniowych równań. W drugiej części pracy wprowadzony jest wielowymiarowy problem Skorokhoda polegający na utrzymaniu wielowymiarowego ruchu Browna wewnątrz pewnego czasoprzestrzennego obszaru D za pomocą addytywnego sterowania na brzegu tego obszaru. Głównym wynikiem tej części pracy jest pokazanie, że optymalne rozwiązanie problemu sterowania singularnego rozważanego w pierwszej części pracy sprowadza się do zagadnienia Skorokhoda z odbiciem na brzegu pewnego obszaru ze wskazanym kierunkiem odbicia. Obszar ten jest wyznaczony za pomocą gradientu funkcji wartości. W pierwszej kolejności rozwiązany jest problem Skorokhoda w obszarze nieco mniejszym do którego można stosować wyniki z pracy PL Lionsa i AS Sznitmana. Następnie rozszerzamy ten obszar do poszukiwanego dla problemu sterowania singularnego znajdując w ten sposób graniczne sterowanie. Okazuje się, że utrzymuje ono prace w wyznaczonej dziedzinie i odbija tylko na brzegu w kierunku przeciwnym od gradientu funkcji wartości. Rozwiązanie to jest procesem Markowa. Ponadto ponieważ obszar D zależy też od czasu rozwiązanie problemu sterowania singularnego w przypadku, gdy stan początkowy nie należy do D polega na natychmiastowym skoku na brzeg obszaru D po kierunku wyznaczonym przez gradient funkcji wartości.

Przestawiona rozprawa doktorska rozwiązuje oryginalne i ciekawe zadanie badawcze a raczej nawet dwa zadania badawcze: to jest rozwiązanie w ogólniejszej wersji problemu sterowania singularnego i charakteryzacja już dla bardziej specjalnego modelu optymalnych strategii jako rozwiązania odpowiedniego problemu Skorokhoda. Jest ona matematycznie poprawna i znalazłem stosunkowo mało błędów drukarskich. Część druga pracy choć badana dla specjalnego modelu to

jest wielowymiarowego ruch Browna wydaje się być technicznie trudniejszą. Praca doktorska jest dobrze napisana i czyta się ją przyjemnie. Widać jest pewną pedanterię zarówno doktoranta jak i chyba jego promotora.

Uważam, że przedstawiona rozprawa doktorska spełnia, nawet z pewną nadwyżką wszelkie ustawowe wymagania i dlatego wnoszę o dopuszczenie doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Łukasz Stettner

Warszawa, 16 kwietnia 2016