Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
Instytut Matematyki

ZAGADNIENIA OBOWIĄZUJĄCE NA EGZAMIN LICENCJACKI

DLA STUDIÓW MIĘDZYKIERUNKOWYCH **MATEMATYKA I FINANSE**

I DLA KIERUNKU STUDIÓW **MATEMATYKA**

Wstęp do logiki i teorii mnogości.

1. Rachunek zdań i kwantyfikatorów.
2. Algebra zbiorów. Iloczyn kartezjański.
3. Relacje. Relacja równoważności.
4. Funkcje i ich własności.
5. Moc zbioru. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne.
6. Relacja porządku. Lemat Kuratowskiego-Zorna.

Algebra.

7. Ciało liczby zespolonych, podstawowe własności, wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych.
8. Zasadnicze twierdzenie algebry.
9. Macierze. Działania na macierzach, rząd macierzy, macierz odwrotna.
10. Wyznacznik macierzy. Twierdzenie Laplace'a i twierdzenie Cauchy'ego.
11. Przestrzeń liniowa, podprzestrzeń liniowa, liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni.
12. Odwzorowania liniowe. Jadro odwzorowania, macierz odwzorowania.
13. Układy równań liniowych i metody ich rozwiązywania.
14. Podstawowe struktury algebraiczne.
15. Homomorfizmy i izomorfizmy struktur algebraicznych.

Analiza matematyczna.

16. Definicja aksjomatyczna zbioru $\mathbb{R}$. Kresy zbiorów liczbowych. Zasada Archimedesa.
17. Ciąg liczbowy i jego granica. Podstawowe własności granic ciągów. Podciągi i punkty skupienia. Twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.
18. Obliczenia procentowe. Procent prosty i składany. Zastosowania.
19. Indukcja matematyczna. Proste zależności rekurencyjne.
20. Pojęcie szeregu liczbowego. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Iloczyn Cauchy'ego szeregów.
21. Granica i ciągłość funkcji jednej i wielu zmiennych. Podstawowe własności funkcji ciągłych.

22. Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Interpretacja geometryczna pochodnej. Zastosowanie rachunku różniczkowego.
23. Twierdzenia Rolle'a i Lagrange'a. Wzór Taylora dla funkcji jednej zmiennej.
24. Pojęcie funkcji pierwotnej i podstawowe metody całkowania.
25. Całka Riemanna.
26. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, pochodna kierunkowa i pochodne cząstkowe.
27. Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych.
28. Twierdzenia o funkcji uwikłanej i o lokalnym odwracaniu odwzorowań.
29. Ekstrema warunkowe.
30. Całkowanie funkcji wielu zmiennych.
31. Całki krzywoliniowe.

Analiza zespolona.

32. Rzut stereograficzny i punkt ∞.
33. Podstawowe własności funkcji elementarnych w dziedzinie zespolonej.
34. Szeregi potęgowe. Promień zbieżności i koło zbieżności.
35. Różniczkowanie w dziedzinie zespolonej. Równania Cauchy'ego-Riemanna.
36. Wzór całkowy Cauchy'ego.

Równania różniczkowe zwyczajne.

37. Równania różniczkowe zwyczajne, rozwiązania ogólne i szczególne, zadanie Cauchy'ego, twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania.
38. Podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych.
39. Metody rozwiązywania równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach.

Topologia.

40. Definicja i przykłady metryk i przestrzeni metrycznych.
41. Pojęcie zbioru otwartego i domkniętego. Zbieżność w przestrzeni metrycznej.
42. Podstawowe typy przestrzeni metrycznych.

Geometria.

43. Wektory i działania na nich określone. Iloczyn wektorowy i skalarny.
44. Równania prostych w $\mathbb{R}^2$ i $\mathbb{R}^3$ oraz płaszczyzn w $\mathbb{R}^3$.
45. Przykłady izometrii płaszczyzny euklidesowej.
46. Przekształcenia afiniczne.
47. Parametryzacja naturalna krzywej.
48. Krzywizna i skręcenie krzywej, wzory Freneta.
49. Powierzchnie regularne, krzywizna Gaussa, krzywizna średnia.

Rachunek prawdopodobieństwa.

50. Elementy kombinatoryki.
51. Klasyczna, aksjomatyczna i geometryczna definicja prawdopodobieństwa. Doświadczenie losowe, zbiór zdarzeń elementarnych.
52. Prawdopodobieństwo warunkowe. Prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń.
53. Prawdopodobieństwie całkowite. Wzór Bayesa.
54. Niezależność zdarzeń losowych.
55. Schemat Bernoulliego.
56. Zmienne losowe i ich rozkłady.

Statystyka.

57. Próba prosta, przestrzeń statystyczna, charakterystyki opisowe.
58. Estymatory i ich własności.
59. Testowanie hipotez statystycznych. Pojęcie błędu I i II rodzaju.
60. Przykładowe testy parametryczne i nieparametryczne.

Na egzaminie licencjackim będą zadawane trzy pytania - dwa z powyższego zestawu 60 zagadnień i jedno pytanie z zakresu pracy dyplomowej/seminaryjnej obejmujące zagadnienia specjalizacyjne.

Przygotowując się do egzaminu student powinien zwrócić uwagę na:

1. zapoznanie się z podstawowymi definicjami i przykładami je ilustrującymi,
2. najważniejsze twierdzenia dotyczące omawianych pojęć,
3. zapoznanie się z kontrprzykładami ilustrującymi niezbędność założeń,
4. zastosowana najważniejszych twierdzeń,
5. powiązania omawianych treści z innymi działami matematyki,
6. najważniejsze punkty dowodów prezentowanych twierdzeń.