

Stabilność oraz własności ciężkich i superciężkich jąder
atomowych w modelu średniego pola z funkcjonałem
gęstości Skyrme'a

(Autoreferat)

Andrzej Staszczak

Lublin, maj 2013

Pracę tę poświęcam pamięci dziadka Andrzeja oraz taty Zdzisława

Spis treści

I. Autoreferat

A. Dane personalne	1
B. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe	1
C. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych	1
D. Wskazanie osiągnięcia naukowego stanowiącego podstawę postępowania habilitacyjnego	1
D.1. Tytuł osiągnięcia naukowego	1
D.2. Publikacje wchodzące w skład osiągnięcia naukowego	1
E. Omówienie celu i wyników prac wchodzących w skład osiągnięcia naukowego	3
E.1. Wstęp	3
E.2. Efektywne oddziaływanie Skyrme'a	4
E.3. Funkcjonal gęstości dla oddziaływania Skyrme'a	6
E.4. Metoda średniego pola dla oddziaływania Skyrme'a	8
E.5. Model Hartree'ego-Focka z ograniczeniami (więzami)	9
E.6. Syntetyczny opis uzyskanych wyników	13
E.7. Podsumowanie	30
Bibliografia	31

II. Wykaz opublikowanych prac naukowych oraz informacja o osiągnięciach dydaktycznych, współpracy naukowej i popularyzacji nauki

F. Wykaz innych opublikowanych prac naukowych (nie wchodzących w skład osiągnięcia wymienionego w pkt D.2) oraz wskaźniki dokonań naukowych	33
F.1. Publikacje naukowe w czasopismach znajdujących się w bazie JCR	33
F.2. Wynalazki oraz wzory użytkowe i przemysłowe	35
F.3. Monografie, publikacje naukowe w czasopismach międzynarodowych lub krajowych spoza bazy JCR	35
F.4. Opracowania zbiorowe, katalogi zbiorów, dokumentacja prac badawczych, ekspertyz, utworów i dzieł artystycznych	37
F.5. Sumaryczny <i>impact factor</i> według listy JCR	37
F.6. Liczba cytowań publikacji według bazy Web of Science	37
F.7. Indeks Hirscha według bazy Web of Science	37
F.8. Projekty badawcze	37
F.9. Międzynarodowe i krajowe nagrody	38
F.10. Wygłoszenie referatów na konferencjach tematycznych	38
G. Dorobek dydaktyczny i popularyzatorski oraz informacja o współpracy międzynarodowej	39
G.1. Uczestnictwo w programach europejskich oraz innych programach międzynarodowych i krajowych	39
G.2. Aktywny udział w międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych	40
G.3. Udział w komitetach organizacyjnych międzynarodowych i krajowych konferencji naukowych	40
G.4. Otrzymane nagrody i wyróżnienia inne niż wymienione w pkt F.9	41
G.5. Udział w konsorcjach i sieciach badawczych	41

G.6. Kierowanie projektami realizowanymi we współpracy z naukowcami z innych ośrodków polskich i zagranicznych oraz we współpracy z przedsiębiorcami, innymi niż wymienione w pkt F.8	41
G.7. Udział w komitetach redakcyjnych i radach naukowych czasopism	41
G.8. Członkostwo w międzynarodowych i krajowych organizacjach oraz towarzystwach naukowych	41
G.9. Osiągnięcia dydaktyczne i w zakresie popularyzacji nauki	41
G.10. Opieka naukowa nad studentami	42
G.11. Opieka naukowa nad doktorantami	42
G.12. Staże w zagranicznych i krajowych ośrodkach naukowych lub akademickich	42
G.13. Wykonane ekspertyzy lub inne opracowania na zamówienie	42
G.14. Udział w zespołach eksperckich i konkursowych	42
G.15. Recenzowanie projektów międzynarodowych i krajowych	42
G.16. Recenzowanie publikacji w czasopismach międzynarodowych i krajowych	42
G.17. Inne osiągnięcia, nie wymienione w pkt G.1 - G.16	43

Część I

Autoreferat

A. Dane personalne

Imię i nazwisko: Andrzej Staszczak

B. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania

Stopień naukowy doktora nauk fizycznych nadany 27 listopada 1989 r. przez Wydział Matematyki i Fizyki, Uniwersytetu Marii-Curie Skłodowskiej w Lublinie, tytuł rozprawy doktorskiej: „*Sprzężenie wibracji pairing z innymi koletywnymi ruchami jąder atomowych*”, promotor: prof. dr hab. K. Pomorski.

Tytuł magistra fizyki uzyskany 5 maja 1980 r. na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii, Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie, tytuł pracy magisterskiej: „*Efektywne oddziaływania dwu- i trójciałowe na powłoce $1f_{7/2}$* ”, promotor: dr W. A. Kamiński.

C. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

Obecne miejsce zatrudnienia:

Katedra Fizyki Teoretycznej, Instytut Fizyki
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
pl. M. Curie-Skłodowskiej 1, 20-030 Lublin

1991-obecnie adiunkt, Zakład Teorii Jądra Atomu, Katedra Fizyki Teoretycznej, IF UMCS.

1982-1991 starszy asystent, Zakład Fizyki Teoretycznej, IF UMCS.

1980-1982 pracownik techniczny, Zakład Metod Jądrowych, IF UMCS.

D. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.)

D.1. Tytuł osiągnięcia naukowego

„Stabilność oraz własności ciężkich i superciężkich jąder atomowych w modelu średniego pola z funkcjonalem gęstości Skyrme’a”

D.2. Publikacje wchodzące w skład osiągnięcia naukowego

a-1 A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Skyrme-Hartree-Fock calculations of fission barriers of the heaviest and superheavy nuclei*, Int. J. Mod. Phys. E **14**, 395-402

(2005). $IF=1,380$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SLy4-HF+BCS(G), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-2 A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Fission barriers of superheavy nuclei in the Skyrme-Hartree-Fock model*, Int. J. Mod. Phys. E **15**, 302-310 (2006). $IF=0,810$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SLy4-HF+BCS(G), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-3 A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Pairing properties of superheavy nuclei*, Int. J. Mod. Phys. E **16**, 310-319 (2007). $IF=0,684$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SLy4-HF+BCS(G/ δ), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-4 A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Bimodal fission in the Skyrme-Hartree-Fock approach*, Acta Phys. Polonica B **38**, 1589-1594 (2007). $IF=0,664$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HF+BCS(G), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-5 A. Staszczak, A. Baran, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Microscopic description of complex nuclear decay: Multimodal fission*, Phys. Rev. C **80**, 014309-1-6 (2009). $IF=3,477$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HF+BCS(G), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-6 A. Staszczak and C. Y. Wong, *Toroidal super-heavy nuclei in Skyrme-Hartree-Fock approach*, Acta Phys. Polonica B **40**, 753-757 (2009). $IF=0,648$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HF+BCS(G), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-7 A. Baran, A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Collective inertia and fission barriers within the Skyrme-Hartree-Fock theory*, Int. J. Mod. Phys. E **16**, 443-451 (2007). $IF=0,684$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HF+BCS(G), dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, brałem udział w redakcji wstępnej wersji pracy, wykonałem jeden rysunek. Mój udział procentowy szacuję na 50%.

- a-8 A. Baran, J. A. Sheikh, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and A. Staszczak, *Quadrupole collective inertia in nuclear fission: Cranking approximation*, Phys. Rev. C **84**, 054321-1-9 (2011). $IF=3,308$

Przeprowadziłem testy numeryczne SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników. Mój udział procentowy szacuję na 15%.

- a-9 A. Staszczak, M. Stoitsov, A. Baran, and W. Nazarewicz, *Augmented Lagrangian method for constrained nuclear density functional theory*, Eur. Phys. J. A **46**, 85-90 (2010). $IF=2,592$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji

uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 75%.

- a-10** A. Staszczak, A. Baran, and W. Nazarewicz, *Breaking of axial and reflection symmetries in spontaneous fission of Fermium isotopes*, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 552-556 (2011). $IF=0,597$

Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

- a-11** A. Staszczak, A. Baran, and W. Nazarewicz, *Spontaneous fission modes and lifetimes of superheavy elements in the nuclear density functional theory*, Phys. Rev. C **87**, 024320-1-7 (2013). $IF_{2011}=3,308^a$

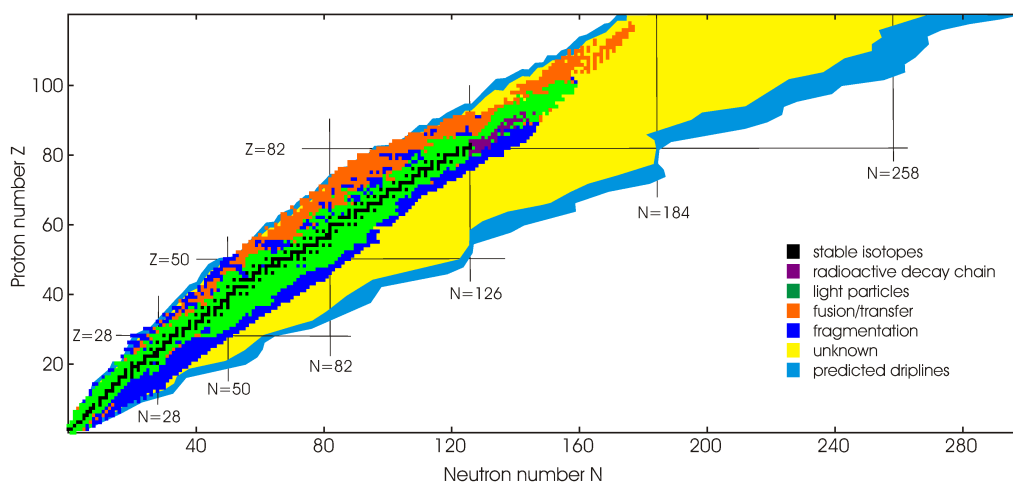
Zaplanowałem i przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 85%.

Całkowity *impact factor* dla wybranych prac (**a-1**) - (**a-11**): **18,152**.

E. Omówienie celu i wyników prac wchodzących w skład osiągnięcia naukowego

E.1. Wstęp

Współczesną mapę nuklidów przedstawia rys. 1. Zawiera ona ponad 3100 znanych obecnie izotopów 118 pierwiastków. Na mapie zaznaczono obszar z nieodkrytymi dotychczas nuklidami (żółty kolor). Pytanie o granicę układu okresowego, tzn. ile jeszcze istnieje nieznanymi pierwiastków z liczbą atomową $Z > 118$, pozostaje jednak nadal otwarte. Odpowiedzi na to pytanie próbują udzielić fizycy jądrowi, którzy od blisko pół wieku prowadzą badania dotyczące tzw. superciężkich jąder.



Rys. 1: Mapa nuklidów, za M. Thoennessen, *Current status and future potential of nuclide discoveries*, Rep. Prog. Phys. **76**, 056301 (2013).

^a Współczynniki wpływu (*impact factors*, IF) zgodnie z rokiem opublikowania, w przeciwnym razie podano rok (IF_{rok}).

Celem naukowym cyklu prac [a-1 - a-11] wyszczególnionych powyżej jako osiągnięcie stanowiące podstawę postępowania habilitacyjnego było zbadanie stabilności oraz własności parzysto-parzystych ciężkich i superciężkich jąder atomowych. Zastosowane w tych pracach samozgodne modele średniego pola HF+BCS i HFB z funkcjałem gęstości Skyrme'a, umożliwiające łamanie wszelkich symetrii średniego pola opisującego układ wielu nukleonów, okazały się szczególnie przydatne w badaniach procesu spontanicznego rozszczepienia, w którym łamanie symetrii osiowej i symetrii odbiciowej odgrywa kluczową rolę.

Syntetyczne przedstawienie wyników uzyskanych w powyższych pracach poprzedzone jest krótkim omówieniem użytego w przeprowadzonych badaniach funkcjału gęstości Skyrme'a.

E.2. Efektywne oddziaływanie Skyrme'a

Część centralna oraz oddziaływanie spin-orbita

Zależne od gęstości, dwuciałowe efektywne oddziaływanie jądrowe zerowego zasięgu, wprowadzone przez T. H. R. Skyrme'a [Skyrme, 1958]

$$\begin{aligned} \hat{V}_{Sk}(\mathbf{r}_{12}) = & t_0(1 + x_0\hat{P}_\sigma)\delta(\mathbf{r}_{12}) \\ & + \frac{1}{2}t_1(1 + x_1\hat{P}_\sigma) \left(\hat{\mathbf{k}}'^2 \delta(\mathbf{r}_{12}) + \delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}}^2 \right) \\ & + t_2(1 + x_2\hat{P}_\sigma) \hat{\mathbf{k}}' \cdot \delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}} \\ & + \frac{1}{6}t_3(1 + x_3\hat{P}_\sigma)\delta(\mathbf{r}_{12}) \rho^\alpha\left(\frac{\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2}{2}\right) \quad (\text{część centralna}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$+ iW_0 (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2) \cdot \left(\hat{\mathbf{k}}' \times \delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}} \right), \quad (\text{część spin-orbita}) \quad (2)$$

gdzie $\hat{P}_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2)$ jest operatorem wymiany spinów w stanie dwunukleonowym $\phi(1, 2)$, $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\hat{\mathbf{k}} = -\frac{i}{2}(\nabla_1 - \nabla_2)$ to odpowiadający względnemu pędowi operator działający w *prawo*, t.j. na ket $|\phi(1, 2)\rangle$, a $\hat{\mathbf{k}}' = \frac{i}{2}(\nabla'_1 - \nabla'_2)$ to podobny operator działający w *lewo* na bra $\langle\phi(1, 2)|$.

Powyższe efektywne oddziaływanie zawiera dziesięć parametrów: $\{t_i, x_i\}$, ($i = 0, 1, 2, 3$) oraz α , W_0 i stanowi standardową formę oddziaływania Skyrme'a $\hat{V}_{Sk}$ [Vautherin and Brink, 1972].

Część tensorowa oddziaływania Skyrme'a

Oddziaływanie wprowadzone oryginalnie przez Skyrme'a [Skyrme, 1958] zawierało część tensorową oddziaływania, zob. również [Stancu et al., 1977]

$$\begin{aligned} \hat{V}_T(\mathbf{r}_{12}) = & \frac{1}{2}t_e \left[\left(3(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}}')(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2 \cdot \hat{\mathbf{k}}') - (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2)\hat{\mathbf{k}}'^2 \right) \delta(\mathbf{r}_{12}) \right. \\ & \left. + \delta(\mathbf{r}_{12}) \left(3(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}})(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2 \cdot \hat{\mathbf{k}}) - (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2)\hat{\mathbf{k}}^2 \right) \right] \\ & + t_o \left(3(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}}')\delta(\mathbf{r}_{12})(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_2 \cdot \hat{\mathbf{k}}) - (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2)\hat{\mathbf{k}}' \cdot \delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie człon t_e charakteryzuje potencjał tensorowy dla stanów parzystych (S, D), natomiast t_o odnosi się do stanów nieparzystych (P, F).

Efektywne oddziaływanie $\hat{V}_{Sk} + \hat{V}_T$ stanowi najbardziej ogólną postać dwuciałowego oddziaływania zerowego zasięgu w przybliżeniu niskich względnych pędów, tzn. po odrzuceniu członów wyższych niż człony kwadratowe w $\hat{\mathbf{k}}$.

Przybliżenie lokalnych gęstości - *local density approximation* (LDA)

W modelu średniego pola oczekiwana wartość operatora energii jądrowego układu wielociałowego może być wyrażona przez funkcjonal zawierający jednocząsteczkowe macierze gęstości ρ w kanale cząstka-dziura (p - h) oraz $\tilde{\rho}$ w kanale (pairing) cząstka-cząstka (p - p). Przyjmując, że macierze gęstości są diagonalne względem izospinu można zapisać macierze gęstości dla neutronów i protonów w postaci [Dobaczewski et al., 1984]

$$\rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \langle \hat{a}_{\mathbf{r}'\sigma'q}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q} \rangle \quad (4)$$

$$\tilde{\rho}_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = -2\sigma' \langle \hat{a}_{\mathbf{r}'-\sigma'q} \hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q} \rangle, \quad (5)$$

gdzie $\hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q}^\dagger$ i $\hat{a}_{\mathbf{r}\sigma q}$ to operatory kreacji i anihilacji nukleonu w punkcie $\mathbf{r}$ ze spinem $\sigma = \pm \frac{1}{2}$ oraz izospinem $q = \{n, p\}$.

Wykorzystując powyższe definicje, można nielocalne gęstości w kanale p - h i p - p przedstawić w postaci [Engel et al., 1975]

$$\rho_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\sigma} \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma) \quad (6)$$

$$\mathbf{s}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\sigma\sigma'} \rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \langle \sigma' | \hat{\boldsymbol{\sigma}} | \sigma \rangle \quad (7)$$

$$\tilde{\rho}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\sigma} \tilde{\rho}_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma). \quad (8)$$

W przybliżeniu lokalnych gęstości (LDA) ($\mathbf{r} = \mathbf{r}'$), funkcjonal gęstości Skyrme'a w przybliżeniu drugiego rzędu względem pochodnych (tym samym najbardziej ogólny *kwadratowy* funkcjonal gęstości energii) można zapisać przy pomocy siedmiu lokalnych gęstości i prądów, zob. np. [Perlińska et al., 2004]. W kanale p - h są to: gęstość cząsteczkowa (skalarna) $\rho_q(\mathbf{r})$, gęstość energii kinetycznej (skalarna) $\tau_q(\mathbf{r})$, gęstość spin-prąd (pseudotensorowa) $\mathbb{J}_q^{jk}(\mathbf{r})$, gęstość prądu (skalarna) $\mathbf{j}_q(\mathbf{r})$, gęstość spinowa (pseudowektorowa) $\mathbf{s}_q(\mathbf{r})$, gęstość spinowa-kinetyczna (pseudowektorowa) $\mathbf{T}_q(\mathbf{r})$, gęstość tensorowa-kinetyczna (pseudowektorowa) $\mathbf{F}_q(\mathbf{r})$ i dodatkowo - w kanale p - p : gęstość par $\tilde{\rho}_q(\mathbf{r})$

$$\rho_q(\mathbf{r}) = \rho_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9a)$$

$$\tau_q(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \nabla' \rho_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9b)$$

$$\mathbb{J}_q(\mathbf{r}) = \frac{1}{2i} (\nabla - \nabla') \otimes \mathbf{s}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9c)$$

$$\mathbf{j}_q(\mathbf{r}) = \frac{1}{2i} (\nabla - \nabla') \rho_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9d)$$

$$\mathbf{s}_q(\mathbf{r}) = \mathbf{s}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9e)$$

$$\mathbf{T}_q(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \nabla' \mathbf{s}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9f)$$

$$\mathbf{F}_q(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \nabla' + \nabla' \otimes \nabla) \cdot \mathbf{s}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9g)$$

$$\tilde{\rho}_q(\mathbf{r}) = \tilde{\rho}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (9h)$$

gdzie $\otimes$ to iloczyn tensorowy wektorów, n.p. $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})^{ij} = \mathbf{a}^i \mathbf{b}^j$ i $[(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}]^i = \mathbf{a}^i (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$. Wszystkie lokalne gęstości zdefiniowane powyżej są rzeczywiste i gęstości: $\rho_q(\mathbf{r})$, $\tau_q(\mathbf{r})$, $\mathbb{J}_q(\mathbf{r})$, $\tilde{\rho}_q(\mathbf{r})$ są parzyste na operację odwrócenia czasu, zaś gęstości: $\mathbf{j}_q(\mathbf{r})$, $\mathbf{s}_q(\mathbf{r})$, $\mathbf{T}_q(\mathbf{r})$, $\mathbf{F}_q(\mathbf{r})$ są nieparzyste na operację odwrócenia czasu.

Pseudotensorową gęstość spin-prąd $\mathbb{J}_q(\mathbf{r})$ można rozłożyć na ślad (pseudoskalar), część antysymetryczną (wektor) i część symetryczną (bezsładowy pseudotensor)

$$\mathcal{J}_q(\mathbf{r}) = \sum_{i=x,y,z} \mathbb{J}_t^{ii}(\mathbf{r}), \quad (10a)$$

$$\mathbf{J}_q(\mathbf{r}) = \sum_{ijk} \epsilon_{ijk} \mathbb{J}_q^{jk} \hat{\mathbf{e}}^i, \quad (10b)$$

$$\mathfrak{J}_q^{ij}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\mathbb{J}_q^{ij}(\mathbf{r}) - \mathbb{J}_q^{ji}(\mathbf{r})] - \frac{1}{3} \mathcal{J}_q(\mathbf{r}) \delta_{ij}, \quad (10c)$$

gdzie δ_{ij} to macierz jednostkowa.

Symetrie przestrzenne lokalnych gęstości

W przypadku jąder sferycznych (symetria obrotowa i odbiciowa, $O(3)$) gęstość pseudoskalarowa $\mathcal{J}_t(\mathbf{r})$, gęstości pseudowektorowe ($\mathbf{s}_q(\mathbf{r})$, $\mathbf{T}_q(\mathbf{r})$, $\mathbf{F}_q(\mathbf{r})$) oraz gęstość pseudotensorowa $\mathfrak{J}_q^{ij}(\mathbf{r})$ zanikają. Natomiast gęstości wektorowe $\mathbf{j}_q(\mathbf{r})$ i $\mathbf{J}_q(\mathbf{r})$ pozostają. W przypadku symetrii osiowej i odbiciowej jedynie gęstość pseudoskalarowa $\mathcal{J}_q(\mathbf{r})$ zanika. W przypadku statycznego opisu jąder parzysto-parzystych wszystkie nieparzyste na operację odwrócenia czasu lokalne gęstości muszą zanikać, aby zapewnić niezmienniczość macierzy gęstości $\rho_q(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')$ na operację odwrócenia czasu [Engel et al., 1975; Rohoziński et al., 2010].

E.3. Funkcjonał gęstości dla oddziaływania Skyrme'a

Funkcjonał Skyrme'a

Dla przejrzystości analizy korzystnie jest rozprzęgnąć gęstości protonowe i neutronowe na siedem lokalnych jednocząstkowych gęstości izoskalaranych ($t = 0$) i izowektorowych ($t = 1$) [Vautherin and Brink, 1972]. Izoskalarne gęstości zdefiniowane są jako gęstości całkowite (np. $\rho_0 = \rho_n + \rho_p$), natomiast gęstości izowektorowe są różnicą gęstości neutronowych i protonowych (np. $\rho_1 = \rho_n - \rho_p$). Ponieważ zakładamy występowanie jedynie czystych stanów protonowych i neutronowych, tylko składowa $T_z = 0$ gęstości izowektorowych jest różna od zera.

Funkcjonał gęstości Skyrme'a można rozłożyć na dwie części

$$E_{Sk} = \sum_{t=0,1} \int d^3\mathbf{r} (\mathcal{H}_t^{even}(\mathbf{r}) + \mathcal{H}_t^{odd}(\mathbf{r})), \quad (11)$$

gdzie obie gęstości $\mathcal{H}_t^{even}(\mathbf{r})$ i $\mathcal{H}_t^{odd}(\mathbf{r})$ będące funkcjami lokalnych gęstości oraz ich pochodnych są rzeczywiste, skalarne, izoskalarne i symetryczne względem operacji odwrócenia czasu.

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_t^{even}(\mathbf{r}) = & C_t^\rho [\rho_0] \rho_t^2 + C_t^{\Delta\rho} \rho_t \Delta\rho_t + C_t^\tau \rho_t \tau_t + C_t^{J0} \mathcal{J}_t^2 + C_t^{J1} \mathbf{J}_t^2 + C_t^{J2} \mathfrak{J}_t^2 \\ & + C_t^{\nabla J} \rho_t \nabla \cdot \mathbf{J}_t, \quad (\text{człon spin-orbita}) \end{aligned} \quad (12)$$

zawiera jedynie lokalne gęstości symetryczne względem operacji odwrócenia czasu (ρ_t , τ_t , $\mathcal{J}_t$, $\mathbf{J}_t$, $\mathfrak{J}_t$) i jest to ta część funkcjonału gęstości Skyrme'a, która określa stany podstawowe jąder parzysto-parzystych. Człony proporcjonalne do współczynników C_t^{J0} , C_t^{J1} i C_t^{J2} zawierają wkłady pochodzące zarówno od części centralnej jak i części tensorowej oddziaływania Skyrme'a [Hellemans et al., 2012].

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_t^{odd}(\mathbf{r}) = & C_t^s [\rho_0] \mathbf{s}_t^2 + C_t^{\Delta s} \mathbf{s}_t \cdot \Delta \mathbf{s}_t + C_t^T \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{T}_t + C_t^j \mathbf{j}_t^2 \\ & + C_t^{\nabla j} \mathbf{s}_t \cdot (\nabla \times \mathbf{j}_t) \quad (\text{człon spin-orbita}) \\ & + C_t^{\nabla s} (\nabla \cdot \mathbf{s}_t)^2 + C_t^F \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{F}_t, \quad (\text{człony tensorowe}) \end{aligned} \quad (13)$$

jest zależny od lokalnych gęstości asymetrycznych względem operacji odwrócenia czasu ($\mathbf{s}_t$, $\mathbf{T}_t$, $\mathbf{j}_t$, $\mathbf{F}_t$), które występują w postaci biliniowej, aby cały funkcyjonał pozostał niezmienniczy na operację odwrócenia czasu. Człony zawierające współczynniki $C_t^{\Delta s}$ i C_t^T mają wkłady pochodzące od części centralnych i tensorowych oddziaływania Skyrme'a, natomiast członzy ze współczynnikami $C_t^{\nabla s}$ i C_t^F pochodzą w całości od części tensorowej [Hellemans et al., 2012].

Parametry funkcyjonału gęstości Skyrme'a

Niezmienniczość funkcyjonału gęstości Skyrme'a $\mathcal{H}_t^{\text{even}}(\mathbf{r}) + \mathcal{H}_t^{\text{odd}}(\mathbf{r})$ na transformację cechowania [Dobaczewski and Dudek, 1995] pozwala połączyć w pary członzy zawierające lokalne gęstości symetryczne względem operacji odwrócenia czasu z członami zawierającymi lokalne gęstości asymetryczne względem tej operacji, w konsekwencji

$$C_t^T = -C_t^j, \quad (14a)$$

$$C_t^{J0} = -\frac{1}{3}C_t^T - \frac{2}{3}C_t^F, \quad (14b)$$

$$C_t^{J1} = -\frac{1}{2}C_t^T + \frac{1}{4}C_t^F, \quad (14c)$$

$$C_t^{J2} = -C_t^T - \frac{1}{2}C_t^F, \quad (14d)$$

$$C_t^{\nabla J} = C_t^{\nabla j}, \quad (14e)$$

przy czym wykorzystane zostały cztery niezmienniki transformacji Galileusza [Perlińska et al., 2004]

$$G_t^T(\mathbf{r}) = \rho_t \tau_t - \mathbf{j}_t^2, \quad (15a)$$

$$G_t^T(\mathbf{r}) = \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{T}_t - \mathbb{J}_t^2 = \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{T}_t - \frac{1}{3}\mathcal{J}_t^2 - \frac{1}{2}\mathbf{J}_t^2 - \mathfrak{J}_t^2, \quad (15b)$$

$$G_t^F(\mathbf{r}) = \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{F}_t - \frac{1}{2}\mathcal{J}_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{ij} \mathbb{J}_t^{ij} \mathbb{J}_t^{ji} = \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{F}_t - \frac{2}{3}\mathcal{J}_t^2 + \frac{1}{4}\mathbf{J}_t^2 - \frac{1}{2}\mathfrak{J}_t^2, \quad (15c)$$

$$G_t^{\nabla J}(\mathbf{r}) = \rho_t \nabla \cdot \mathbf{J}_t + \mathbf{s}_t \cdot (\nabla \times \mathbf{j}_t). \quad (15d)$$

Człony spin-orbita zależne są od współczynników $C_t^{\nabla J} = C_t^{\nabla j}$ (14e) w standardowej wersji funkcyjonału gęstości Skyrme'a, jednak w przypadku uogólnionego oddziaływania spin-orbita (z pełną swobodą izowektorową [Reinhard and Flocard, 1995])

$$\begin{aligned} C_0^{\nabla J} &= -b - \frac{1}{2}b', \\ C_1^{\nabla J} &= -\frac{1}{2}b', \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie b i b' to nowe parametry.

Cztery współczynniki zerowego rzędu ($C_t^\rho[\rho_0]$, $C_t^s[\rho_0]$) zależą od parametrów (t_0 , x_0 , t_3 , x_3 , α), a pozostałe 24 współczynniki drugiego rzędu zależą od siedmiu parametrów (t_1 , x_1 , t_2 , x_2 , W_0 , t_e , t_o), w konsekwencji współczynniki C zawarte w $\mathcal{H}_t^{\text{odd}}$ są liniową kombinacją współczynników z $\mathcal{H}_t^{\text{even}}$, zob. [Dobaczewski and Dudek, 1995; Perlińska et al., 2004].

Na ogół wszystkie współczynniki C mogą być zależne od gęstości, jednak w praktyce zależność od gęstości ograniczona jest do współczynników $C_t^\rho[\rho_0]$ i $C_t^s[\rho_0]$

$$\begin{aligned} C_t^\rho[\rho_0] &= C_t^{\rho 0} + C_t^{\rho D} \rho_0^\alpha, \\ C_t^s[\rho_0] &= C_t^{s 0} + C_t^{s D} \rho_0^\alpha, \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie ρ_0 to gęstość izoskalarna, a α jest wykładnikiem w zależnym od gęstości członie oddziaływania Skyrme'a (1).

E.4. Metoda średniego pola dla oddziaływania Skyrme'a

Całkowita energia w modelu Skyrme'a-Hartree'ego-Focka (SHF) dana jest przez

$$\begin{aligned} E^{tot} &\equiv \langle \Phi_{HF} | \hat{H} | \Phi_{HF} \rangle \geq E_{g.s.} \\ &= \int d^3\mathbf{r} [\mathcal{E}_{kin} + \mathcal{E}_{Sk} + \mathcal{E}_{Coul}^{dir} + \mathcal{E}_{Coul}^{ex} + \mathcal{E}_{pair}] + E_{corr}, \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie $\mathcal{E}_{kin}$ to gęstość energii kinetycznej protonów i neutronów (w przybliżeniu równych mas protonowych i neutronowych)

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{\hbar^2}{2m} \tau_0(\mathbf{r}), \quad (19)$$

i $\mathcal{E}_{Sk}$ to gęstość energii Skyrme'a

$$\mathcal{E}_{Sk} = \sum_{t=0,1} (\mathcal{H}_t^{even}(\mathbf{r}) + \mathcal{H}_t^{odd}(\mathbf{r})). \quad (20)$$

$\mathcal{E}_{Coul}^{dir}$ to gęstość energii kulombowskiej - bezpośredniej (przy czym gęstość ładunku przybliżona jest gęstością protonów ρ_p)

$$\mathcal{E}_{Coul}^{dir} = \frac{1}{2} e^2 \rho_p(\mathbf{r}) \int d^3\mathbf{r}' \frac{\rho_p(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (21)$$

$\mathcal{E}_{Coul}^{ex}$ to gęstość energii kulombowskiej - wymiennej, w przybliżeniu Slatera [Slater, 1951]

$$\mathcal{E}_{Coul}^{ex} = -\frac{3}{4} e^2 \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho_p^{4/3}(\mathbf{r}). \quad (22)$$

$\mathcal{E}_{pair}$ to gęstość energii pairing w przypadku zależnego od gęstości oddziaływania typu δ

$$\mathcal{E}_{pair} = \sum_{q=p,n} \frac{V_q^0}{4} \left[1 - V^1 \left(\frac{\rho_0(\mathbf{r})}{\rho_{st}} \right)^\beta \right] \tilde{\rho}_q^2(\mathbf{r}), \quad (23)$$

gdzie ρ_{st} to gęstość materii jądrowej (t.j. przybliżona gęstość wewnątrz jądra atomowego), parametr $\beta = 1$ najczęściej, parametr $V^1 = 0, 1$, lub $1/2$ określa odpowiednio typ oddziaływania pairing: objęściowy (*volume*), powierzchniowy (*surface*) lub mieszany (*mix*), natomiast $\tilde{\rho}_q(\mathbf{r})$ to gęstość par (9h).

Człon E_{corr} zawiera poprawki związane z łamaniem symetrii układu w modelu średniego pola, są to: poprawka na środek masy jądra - związana z łamaniem symetrii translacyjnej układu, poprawka rotacyjna - związana ze spontanicznym łamaniem symetrii rotacyjnej jądra, poprawka wibracyjna - związana z kwantowymi fluktuacjami energii zerowej jądra oraz poprawki na zachowanie liczby protonów i neutronów w jądrze.

Równania średniego pola

Minimalizacja E^{tot} względem gęstości i prądów (lub równoważnie, względem jednocząstkowych orbitali z warunkami normalizacyjnym każdego orbitala) prowadzi do definicji (w kanale p - h) izoskalarnego oraz izowektorowego hamiltonianu średniego pola, zob. [Engel et al., 1975; Perlińska et al., 2004]

$$h_t^{even}(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot \left(\frac{\hbar^2}{2m} \delta_{0t} + M_t(\mathbf{r}) \right) \nabla + U_t(\mathbf{r}) - \frac{i}{2} \sum_{ij} [\mathbb{B}_t^{ij}(\mathbf{r}) \nabla_i \sigma_j + \nabla_i \sigma_j \mathbb{B}_t^{ij}(\mathbf{r})], \quad (24a)$$

$$h_t^{odd}(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{C}_t(\mathbf{r})) \nabla + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_t(\mathbf{r}) - \nabla \cdot \mathbf{D}_t(\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla - \frac{i}{2} [\mathbf{I}_t(\mathbf{r}) \cdot \nabla + \nabla \cdot \mathbf{I}_t(\mathbf{r})], \quad (24b)$$

gdzie lokalne tzw. *time-even* potencjały wyrażone są przez

$$\frac{\delta \mathcal{E}_{kin}}{\delta \tau_0} = \frac{\hbar^2}{2m}, \quad (25a)$$

$$M_t(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \tau_t} = C_t^\tau \rho_t(\mathbf{r}), \quad (25b)$$

$$U_t(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \rho_t} = 2C_t^\rho \rho_t(\mathbf{r}) + 2C_t^{\Delta\rho} \Delta\rho_t(\mathbf{r}) + C_t^\tau \tau_t(\mathbf{r}) + C_t^{\nabla J} \nabla \cdot \mathbf{J}_t(\mathbf{r}), \quad (25c)$$

$$\mathbb{B}_t^{ij}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \mathbb{J}_t} = 2C_t^{J0} \mathcal{J}_t(\mathbf{r}) \delta_{ij} + 2C_t^{J1} \sum_k \epsilon_{ijk} \mathbf{J}_t^k(\mathbf{r}) + 2C_t^{J2} \mathfrak{J}_t^{ij}(\mathbf{r}) - C_t^{\nabla J} \sum_k \epsilon_{ijk} \nabla_k \rho_t(\mathbf{r}), \quad (25d)$$

natomiast lokalne tzw. *time-odd* potencjały mają postać

$$\mathbf{C}_t(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \mathbf{T}_t} = C_t^T \mathbf{s}_t(\mathbf{r}), \quad (26a)$$

$$\mathbf{D}_t(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \mathbf{F}_t} = C_t^F \mathbf{s}_t(\mathbf{r}), \quad (26b)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_t(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \mathbf{s}_t} = & 2C_t^s \mathbf{s}_t(\mathbf{r}) + 2(C_t^{\Delta s} - C_t^{\nabla s}) \Delta \mathbf{s}_t(\mathbf{r}) - 2C_t^{\nabla s} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{s}_t(\mathbf{r})) + C_t^T \mathbf{T}_t(\mathbf{r}) \\ & + C_t^F \mathbf{F}_t(\mathbf{r}) + C_t^{\nabla j} \nabla \times \mathbf{j}_t(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (26c)$$

$$\mathbf{I}_t(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta \mathcal{E}_{Sk}}{\delta \mathbf{j}_t} = 2C_t^j \mathbf{j}_t(\mathbf{r}) + C_t^{\nabla j} \nabla \times \mathbf{s}_t(\mathbf{r}), \quad (26d)$$

W przypadku protonów, licząc pochodną wyrażeń (21) i (22) względem $\delta \rho_p$ otrzymujemy średnie pole kulombowskie

$$V_{Coul}(\mathbf{r}) \equiv \frac{\delta (\mathcal{E}_{Coul}^{dir} + \mathcal{E}_{Coul}^{ex})}{\delta \rho_p} = \frac{1}{2} e^2 \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\rho_p(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - e^2 \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho_p^{1/3}(\mathbf{r}). \quad (27)$$

W oparciu o powyższe równania, hamiltonian średniego pola w kanale p - h może być zapisany jako suma hamiltonianów izoskalarnych i izowektorowych Skyrme'a oraz średniego pola kulombowskiego

$$\hat{h} = \sum_{t=0,1} (h_t^{even}(\mathbf{r}) + h_t^{odd}(\mathbf{r})) + V_{Coul}(\mathbf{r}). \quad (28)$$

Hamiltoniany średniego pola dla protonów i neutronów $\hat{h}_{q=p,n}$ można uzyskać stosując warunki wariacyjne wobec gęstości protonowych i neutronowych, po uprzednim rozprzęgnięciu gęstości izoskalarnych i izowektorowych.

W kanale p - p , stosując warunek wariacyjny na minimum wobec gęstości pairing (23) otrzymujemy średni potencjał pairing

$$\hat{h} = \sum_{q=p,n} \frac{V_q^0}{2} \left[1 - V^1 \left(\frac{\rho_0(\mathbf{r})}{\rho_{st}} \right)^\beta \right] \tilde{\rho}_q(\mathbf{r}). \quad (29)$$

E.5. Model Hartree'ego-Focka z ograniczeniami (więzami)

Jądrowy funkcjonal gęstości Skyrme'a można zapisać symbolicznie jako, zob. równanie (18),

$$\begin{aligned} E^{tot}[\bar{\rho}] & \equiv E^{tot}[\rho, \tau, \mathbb{J}; \mathbf{s}, \mathbf{T}, \mathbf{j}, \mathbf{F}; \bar{\rho}] \\ & = \int d^3 \mathbf{r} (\mathcal{E}_{kin}(\mathbf{r}) + \mathcal{E}_{Sk}(\mathbf{r}) + \mathcal{E}_{Coul}^{dir}(\mathbf{r}) + \mathcal{E}_{Coul}^{ex}(\mathbf{r}) + \mathcal{E}_{pair}(\mathbf{r})) + E_{corr} \end{aligned} \quad (30)$$

Model Hartree’ego-Focka z więzami sprowadza się w istocie do rozwiązywania problemu optymalizacji z ograniczeniami równościowymi (*equality-constrained problem*, ECP).

Optymalizacja z ograniczeniami równościowymi (ECP)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\bar{\rho}} E^{tot}[\bar{\rho}] \\ \text{więzy: } \sum_{q=p,n} \langle \Phi(\bar{\rho}) | \hat{N}_q | \Phi(\bar{\rho}) \rangle = N_q, \\ \sum_{\lambda\mu} \langle \Phi(\bar{\rho}) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\bar{\rho}) \rangle = Q_{\lambda\mu}, \end{array} \right.$$

gdzie E^{tot} jest funkcją kryterialną (*objective function*). Więzy (*constraint functions*) definiowane są najczęściej jako wartości oczekiwane operatorów: liczby cząstek (protonów/neutronów) $\hat{N}_{p/n}$ oraz masowych momentów multipolowych $\hat{Q}_{\lambda\mu}$, przy czym $N_{p/n} = Z/N$ to liczba protonów/neutronów w jądrze, a $Q_{\lambda\mu}$ to żądane wartości momentów multipolowych.

Funkcja Hartree’ego-Focka jest przybliżana wyznacznikiem Slatera z jednocząstkowych orbitali: $|HF\rangle \equiv |\Phi(\bar{\rho})\rangle \rightarrow \det\{\phi_i(\mathbf{x}_j), i, j = 1 \dots A\}$, gdzie $\mathbf{x}_j$ oznacza współrzędne przestrzenne, spin oraz izospin j-tego nukleonu. Jednocząstkowe orbitale są funkcjami własnymi hamiltonianu średniego pola $\hat{h}$, który zależy od gęstości lokalnych ($\hat{h} \rightarrow \delta E^{tot}/\delta \bar{\rho}$), natomiast gęstości lokalne wyrażają się przez orbitale - w konsekwencji rozwiązanie zagadnienia ECP przeprowadza się w procedurze samozgodnej, np. stosując iteracje aż do uzyskania wymaganej zbieżności wyników.

Powyższe zagadnienie ECP rozwiązuje się stosując standardowe metody optymalizacji z zastosowaniem mnożników Lagrange’a, takich jak np. metoda kwadratowej funkcji kary (*quadratic penalty method*, QPM) lub metody rozszerzonych mnożników Lagrange’a (*augmented Lagrangian method*, ALM). Porównanie obu wspomnianych metod w zastosowaniu do jądrowego zagadnienia ECP można znaleźć w [Staszczak et al., 2010].

Rozszerzona funkcja Lagrange’a w przypadku optymalizacji ECP ma postać

$$\begin{aligned} E'_c[\bar{\rho}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\Lambda}] &= E^{tot}[\bar{\rho}] - \sum_{q=p,n} \lambda_q \langle \Phi(\bar{\rho}) | \hat{N}_q | \Phi(\bar{\rho}) \rangle \\ &+ \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda\mu} \left(\langle \Phi(\bar{\rho}) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\bar{\rho}) \rangle - Q_{\lambda\mu} \right)^2 \\ &+ \sum_{\lambda\mu} \Lambda_{\lambda\mu} \left(\langle \Phi(\bar{\rho}) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\bar{\rho}) \rangle - Q_{\lambda\mu} \right), \end{aligned} \quad (31)$$

gdzie λ_p , λ_n oraz $\Lambda_{\lambda\mu}$ to mnożniki Lagrange’a, a $C_{\lambda\mu} > 0$ to parametry kary (*penalty parameters*). Przy czym w metodzie ALM mnożniki Lagrange’a $\Lambda_{\lambda\mu}$ w każdej $k+1$ iteracji zmieniane są zgodnie ze wzorem

$$\Lambda_{\lambda\mu}^{k+1} = \Lambda_{\lambda\mu}^k + 2C_{\lambda\mu}^k \left(\langle \Phi(\bar{\rho}^k) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\bar{\rho}^k) \rangle - Q_{\lambda\mu} \right). \quad (32)$$

Warunek konieczny na wystąpienie punktu krytycznego

Można udowodnić, że jeśli $\bar{\rho}^*$ jest lokalnym rozwiązaniem zagadnienia ECP (tzn. $E^{tot}[\bar{\rho}^*] =$

E_{HF}^{tot}), to istnieją zawsze λ^*, Λ^* , takie że $[\bar{\rho}^*, \lambda^*, \Lambda^*]$ jest punktem krytycznym rozszerzonej funkcji Lagrange'a:

$$\frac{\delta}{\delta \bar{\rho}} E'_c[\bar{\rho}^*, \lambda^*, \Lambda^*] = 0 \quad \Rightarrow \quad E^{tot}[\bar{\rho}^*] = E_{HF}^{tot} \quad (33)$$

oraz

$$\sum_{q=p,n} \langle \Phi(\bar{\rho}^*) | \hat{N}_q | \Phi(\bar{\rho}^*) \rangle = N_q, \quad (34)$$

$$\sum_{\lambda\mu} \langle \Phi(\bar{\rho}^*) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\bar{\rho}^*) \rangle = Q_{\lambda\mu}. \quad (35)$$

Primal function dla jądrowego zagadnienia ECP

W przybliżeniu adiabatycznym można rozpręgnać kolektywne i wewnętrzne (jednocząstkowe) jądrowe stopnie swobody. Zakłada się również, że kolektywne ruchy jądra można opisać przy pomocy kilku współrzędnych kolektywnych, które definiują ewolucję kształtu jądra. Wykorzystując *primal function*

$$E^{tot}(Q_{\lambda\mu}) = \min_{\langle \Phi(\bar{\rho}) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\bar{\rho}) \rangle = Q_{\lambda\mu}} E^{tot}[\bar{\rho}], \quad (36)$$

możemy opisać jądrowe kształty poprzez wartości średnie zewnętrznych pól reprezentowanych w pierwszym rzędzie przez operator momentu kwadrupolowego

$$\hat{Q}_{20} = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \sum_{i=1}^A r_i^2 Y_{20}(\theta_i, \phi_i) = \sum_{i=1}^A (2z_i^2 - x_i^2 - y_i^2), \quad (37)$$

oraz przez operator momentu oktapolowego

$$\hat{Q}_{30} = \sqrt{\frac{4\pi}{7}} \sum_{i=1}^A r_i^3 Y_{30}(\theta_i, \phi_i) = \sum_{i=1}^A [z_i^3 - \frac{3}{2} z_i (x_i^2 + y_i^2)]. \quad (38)$$

Wartości tych momentów odpowiadają za osiową deformację oraz asymetrię odbiciową jądra. Dodatkowo, wartość średnia operatora momentu heksadekapolowego

$$\hat{Q}_{40} = \sqrt{\frac{4\pi}{9}} \sum_{i=1}^A r_i^4 Y_{40}(\theta_i, \phi_i), \quad (39)$$

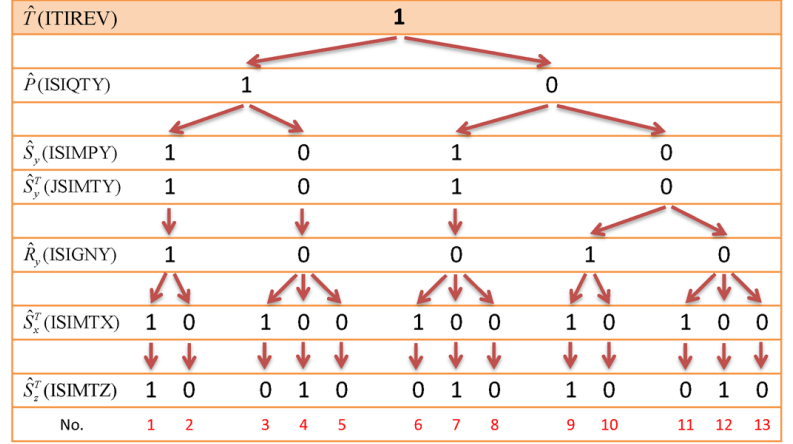
pozwała opisać ewolucję „szyjki” w przypadku jąder przyjmujących kształt przypominający hantlę.

W przypadku gdy symetria odbiciowa jest złamana, co prowadzi do oktapolowo zdeformowanych kształtów i w konsekwencji do asymetrycznego rozszczepienia, koniecznym staje się unieruchomienie środka masy jądra - tak aby uniknąć możliwych pozornych przesunięć całego jądra. Warunkiem, który eliminuje te pozorne translacje środka masy jądra jest zerowanie się wartości średniej operatora momentu dipolowego

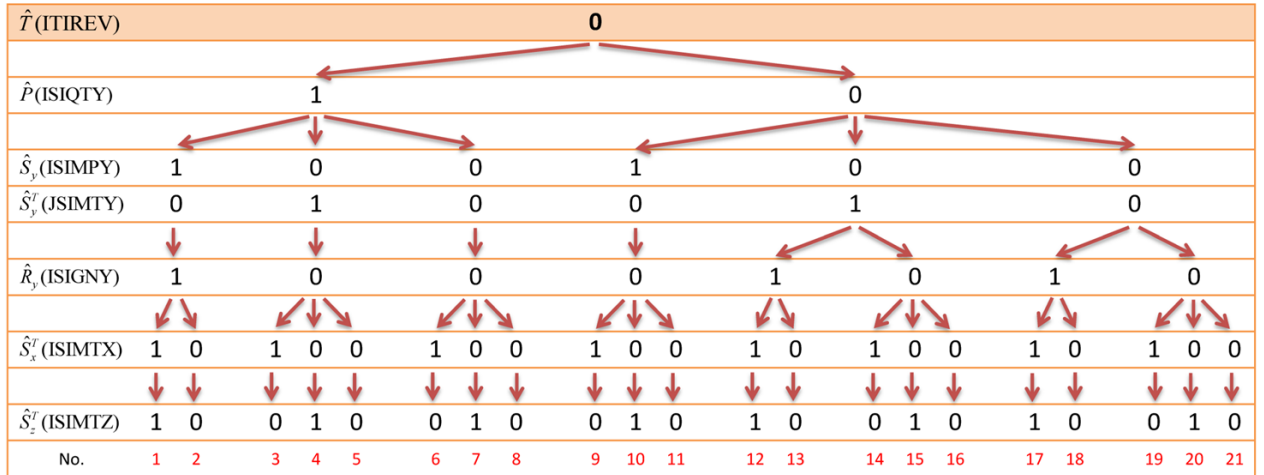
$$\langle \hat{Q}_{10} \rangle = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{i=1}^A \langle r_i Y_{10}(\theta_i, \phi_i) \rangle = \sum_{i=1}^A \langle z_i \rangle = 0. \quad (40)$$

$\hat{T}$	$\hat{S}_y$	$\hat{S}_y^T$
$\hat{P}$	$\hat{S}_y$	$\hat{R}_y$
$\hat{R}_y$	$\hat{S}_x^T$	$\hat{S}_z^T$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Rys. 2: Zbiory trójelementowe symetrii $\{\hat{T}, \hat{S}_y, \hat{S}_y^T\}$, $\{\hat{P}, \hat{S}_y, \hat{R}_y\}$ i $\{\hat{R}_y, \hat{S}_x^T, \hat{S}_z^T\}$; dla każdego zbioru, iloczyn dowolnych dwu symetrii równy jest trzeciej symetrii z danego zbioru.



Rys. 3: Pełne zestawienie zachowanych (1) lub nie zachowanych (0) symetrii, które można stosować w programie numerycznym [HFODD, 2012], w przypadku zachowanej symetrii odwrócenia czasu ($\hat{T} = 1$).



Rys. 4: Pełne zestawienie zachowanych (1) lub nie zachowanych (0) symetrii, które można stosować w programie numerycznym [HFODD, 2012], w przypadku nie zachowanej symetrii odwrócenia czasu ($\hat{T} = 0$).

Funkcjonał gęstości Skyrme'a jąder parzysto-parzystych

Powszechną praktyką w przypadku stosowania jądrowego funkcjonału gęstości Skyrme'a jest pomijanie składowych tensorowych oddziaływania Skyrme'a, równanie (3). Ponieważ w przypadku jąder parzysto-parzystych zachowana jest symetria odwrócenia czasu, funkcjonal gęstości dla tych jąder przyjmuje postać podaną w równaniu (12)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_{Sk}^{even}(\mathbf{r}) = & \sum_{t=0,1} \left(C_t^p[\rho_0]\rho_t^2 + C_t^{\Delta p}\rho_t\Delta\rho_t + C_t^\tau\rho_t\tau_t + C_t^J\mathbb{J}_t^2 \right) \quad (\text{człony centralne}) \\
 & + \sum_{t=0,1} (C_t^{\nabla J}\rho_t\nabla\cdot\mathbf{J}_t), \quad (\text{człon spin-orbita})
 \end{aligned} \tag{41}$$

przy czym człon tensorowy spin-prąd (zawierający $\mathbb{J}^2$) zawiera jedynie wkład pochodzący od części centralnej oddziaływania Skyrme'a, zob. równanie (1). W przypadku zastosowanych w moich rachunkach parametryzacji funkcjonału gęstości Skyrme'a (SkM* i SLy4) ten człon jest pomijany, zob. Tablica 1.

Program numeryczny HFODD (symetrie)

Symetrie dozwolone w programie numerycznym [HFODD, 2012] reprezentowane są przez operatory: odwrócenia czasu $\hat{T}$, inwersji przestrzennej (parzystość) $\hat{P}$, obrotu wokół osi $\mathcal{O}_y$ o kąt π (y -signature) $\hat{R}_y = \exp(-i\pi\hat{J}_y)$, odbicia względem płaszczyzny zx (y -simplex) $\hat{S}_y \equiv \hat{P}\hat{R}_y$ oraz operatory (x -, y - i z -simplex^T) $\hat{S}_{x,y,z}^T \equiv \hat{T}\hat{S}_{x,y,z}$.

Rysunek 2 przedstawia zbiory zawierające po trzy operatory symetrii: $\{\hat{T}, \hat{S}_y, \hat{S}_y^T\}$, $\{\hat{P}, \hat{S}_y, \hat{R}_y\}$ oraz $\{\hat{R}_y, \hat{S}_x^T, \hat{S}_z^T\}$. Dla każdego z tych zbiorów iloczyn dowolnych dwu symetrii jest równy trzeciej symetrii w tym zbiorze. Pełne zestawienie symetrii, które mogą być stosowane w programie [HFODD, 2012] przedstawia rys. 3 w przypadku zachowanej symetrii odwrócenia czasu oraz rys. 4 w przypadku złamania tej symetrii.

Tablica 1: Porównanie parametryzacji SkM* oraz SLy4 oddziaływania Skyrme'a

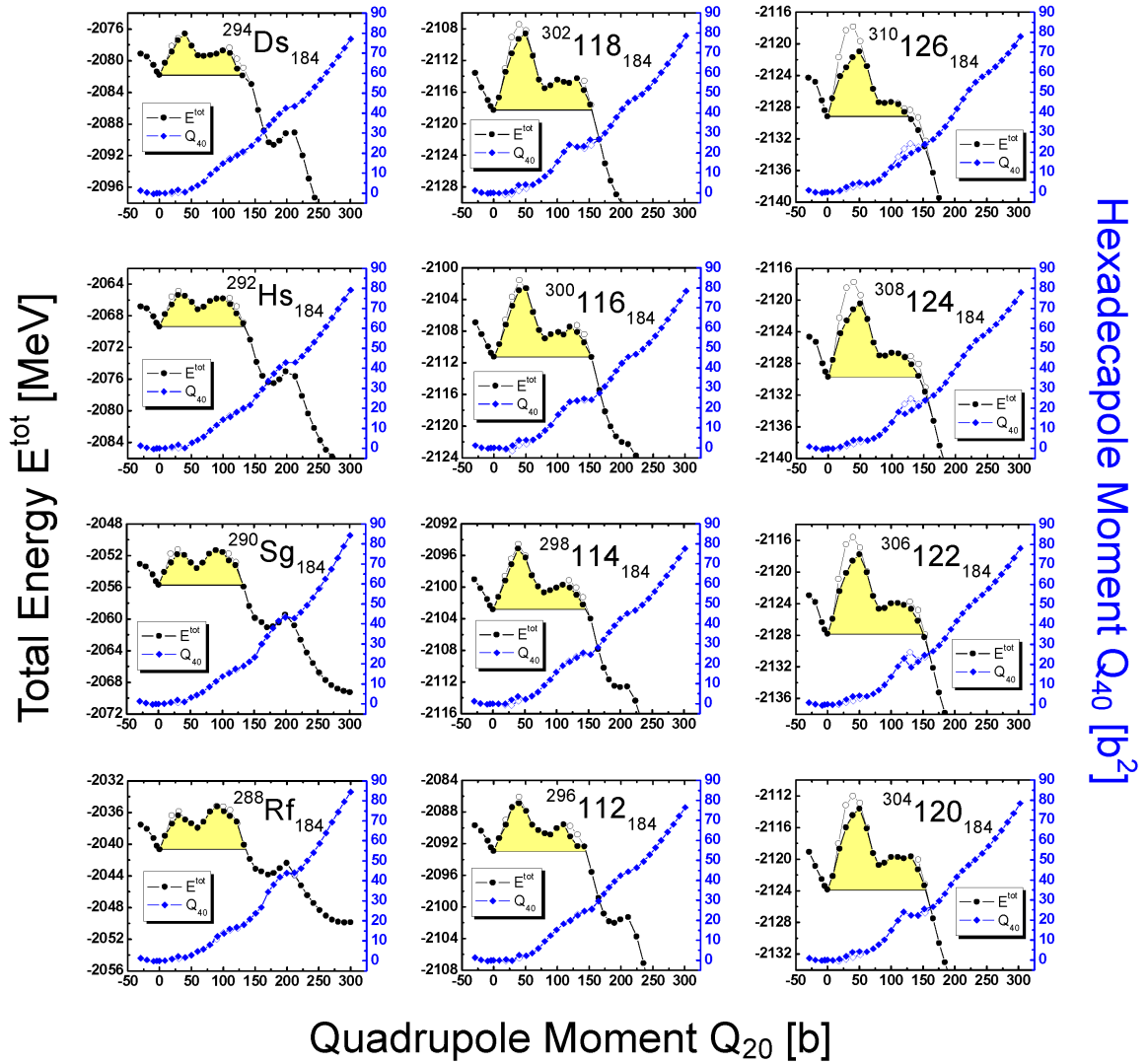
	SkM*	SLy4	Units/Comments
t_0	-2645.0	-2488.913	MeV fm ³
t_1	410.0	486.818	MeV fm ⁵
t_2	-135.0	-546.395	MeV fm ⁵
t_3	15595.0	13777.0	MeV fm ^{3+α}
x_0	0.09	0.834	-
x_1	0.0	-0.344	-
x_2	0.0	-1.000	-
x_3	0.0	1.354	-
$1/\alpha$	6.0	6.0	-
W_0	120.0	123.0	MeV fm ⁵
C_t^J	0.0	0.0	(spin-orbit tensor term, $\mathbb{J}^2$)
ρ_{st}	0.16	0.16	fm ⁻³
β	1.0	1.0	-
E_{cut}	60	-	MeV (HFB)
E_{cut}	-	N or Z	(no. of s.p. states, BCS)
V^1	0.5	1	(0.5-mixed, 1-surface pairing)
V_n^0	-268.9	-842.0	MeV fm ³
V_p^0	-332.5	-1020.0	MeV fm ³

E.6. Syntetyczny opis uzyskanych wyników

(a-1) - (a-2)

Spontaniczne rozszczepienie (*spontaneous fission*, SF) jest jednym z dwu najważniejszych procesów rozpadu ciężkich i superciężkich jąder atomowych (drugim ważnym procesem jest rozpad α). W fizyce jądrowej zjawisko SF opisywane jest jako kwantowy proces tunelowania bariery potencjału przez wielociałowy układ jądrowy. Z tego względu badanie barier na rozszczepienie dostarcza ważnych informacji pozwalających określić stabilność najcięższych jąder.

Celem prac [a-1, a-2] było wyznaczenie statycznych barier na rozszczepienie dla zdeformowanych w stanie podstawowym parzysto-parzystych jąder atomowych z liczbą atomową $100 \leq Z \leq 110$ oraz dla sferycznych parzysto-parzystych izotonów z $N = 184$, przy użyciu parametryzacji SLy4 funkcjonału gęstości Skyrme'a (zob. Tablica 1) i siły seniority-pairing w przybliżeniu BCS (BCS(G)). W przypadku ciężkich zdeformowanych jąder natężenie sił pairing dobrzebrane zostało tak, aby odtwarzać doświadczalne protonowe i neutronowe przerwy energetyczne w ^{252}Fm . W pracy [a-2], w przypadku superciężkich izotonów z $N = 184$, których masy nie są znane, natężenie oddziaływania pairing było skalowane tak, aby odtworzyć przerwy pairing tych jąder, jakie uzyskano w modelu kropelkowym skończonego zasięgu (*finite-range droplet model*, FRDM)^b.



Rys. 5: Energia całkowita E^{tot} (skala po lewej stronie) i masowy moment heksadekapolowy Q_{40} (skala po prawej stronie) uzyskane w modelu SLy4-HF+BCS(G) wzdłuż ścieżek prowadzących do symetrycznego rozszczepienia w przypadku parzysto-parzystych izotonów $N = 184$ z liczbą masową $288 \leq A \leq 310$. Natężenie siły seniority-pairing było skalowane indywidualnie dla każdego jądra w oparciu o model kropelkowy skończonego zasięgu (FRDM). Różnice pomiędzy symbolami pełnymi i otwartymi określają wpływ łamania symetrii osiowej na bariery.

^b P. Möller, J.R. Nix, and K.-L. Kratz, At. Data Nucl. Data Tables **66**, 131-343 (1997)

Obliczenia przeprowadzono przy użyciu programu numerycznego [HFODD, 2012], który pozwala rozwiązywać równania Hartree’ego-Focka ze złamanymi wszystkimi symetriami układu jądrowego, w tym w szczególności ze złamaną symetrią osiową, symetrią odbiciową oraz symetrią odwrócenia czasu. W omawianych pracach [a-1, a-2] szczególną uwagę zwrócono na łamanie symetrii układu jądrowego wzdłuż wyznaczanych trajektorii prowadzących do spontanicznego rozszczepienia.

W przypadku wszystkich jąder samozgodna energia całkowita (E_{tot}) wyznaczana była przy użyciu kwadratowej funkcji kary (*quadratic penalty method*, QPM) z wykorzystaniem więzów nakładanych na osiowy masowy moment kwadrupolowy Q_{20} . W trakcie przemieszczania się jądra wzdłuż ścieżki prowadzącej do rozszczepienia, pojawienie się niezerowych wartości momentu oktopolowego Q_{30} oznacza złamanie wewnętrznej symetrii parzystości i tym samym rozszczepienie asymetryczne na dwa niesymetryczne fragmenty. Natomiast pojawienie się niezerowych wartości nieosiowego momentu kwadrupolowego Q_{22} sygnalizuje łamanie symetrii osiowej jądra.

Jako pierwsze przeprowadzono testy dotyczące stabilności rozwiązań zastosowanego modelu Sly4-HF+BCS(G) ze względu na wielkość użytej w obliczeniach bazy kartezjańskiej trzywymiarowego zdeformowanego oscylatora harmonicznego (N_{limit}). W tym celu wykonano obliczenia energii całkowitej (E_{tot}) dla ^{240}Pu jako funkcji $Q_{20} = \langle \hat{Q}_{20} \rangle$ stosując różne wartości N_{limit} . W każdym punkcie Q_{20} , deformacja oscylatora harmonicznego zmieniana była tak, aby odpowiadała danej wartości momentu kwadrupolowego jądra. Testy wykazały, że wiarygodne obliczenia mogą być prowadzone z bazą zawierającą $N_{limit} = 1140$ stanów (co odpowiada 17 sferycznym powłokom oscylatorowym). Natomiast błąd wynikający z takiego obcięcia wielkości bazy jest mniejszy niż 1 MeV przy wyznaczaniu wysokości pierwszej (E_A) i drugiej (E_B) bariery.

Po wyznaczeniu wielkości bazy oscylatorowej, przeprowadzono obliczenia całkowitej energii (E_{tot}) i masowego momentu oktopolowego (Q_{30}) wzdłuż statycznych (tzn. z minimalną energią) ścieżek prowadzących do rozszczepienia dla parzysto-parzystych izotopów Fm (fermium) i No (nobelium). Dla wszystkich tych jąder statyczne bariery są dwugarbne, z pierwszą barierą większą niż druga ($E_A > E_B$). Wysokość pierwszej bariery w izotopach Fm i No jest powiązana ze zdeformowaną magiczną liczbą $N = 152$, tzn. maksymalne bariery mają ^{252}Fm i ^{254}No . Stabilność ze względu na rozszczepienie jąder z liczbą atomową $100 \leq Z \leq 110$ jest określona przez dwie zdeformowane zamknięte podpowłoki neutronowe: $N = 152$, w przypadku izotopów Fm ($Z = 100$) i No ($Z = 102$), oraz $N = 162$ dla izotopów Hs ($Z = 108$).

W przypadku cięższych izotopów Fm i No (z $N > 152$) druga bariera zanika i dla $N = 162$ (Fm) oraz $N = 160$ (No) zanika zupełnie. Znikanie drugiej bariery w tych jądrach związane jest z przejściem od symetrycznego rozszczepienia ($Q_{30} = 0$) do rozszczepienia asymetrycznego ($Q_{30} \neq 0$). W przypadku cięższych izotopów Fm i No pojawienie się ścieżki asymetrycznej następuje dla większych wartości Q_{20} niż ma to miejsce w przypadku lekkich izotopów tych pierwiastków. W jądrze ^{264}Fm (które rozszczepia się na dwa podwójnie magiczne jądra ^{132}Sn) oraz w ^{264}No statyczne ścieżki są całkowicie symetryczne. Zanikanie drugiej bariery umożliwia teoretyczną interpretację znanego doświadczalnie faktu raptownej redukcji czasów życia ze względu na SF w cięższych izotopach Fm i No. Ponadto, uzyskane wyniki wskazują, że efekt redukcji wysokości pierwszej bariery, związany z lokalnym pojawieniem się deformacji nieosiowych (trójosiowość), zwiększa się ze wzrostem liczby neutronów N i maksymalnie redukcja ta osiąga wartość 3 MeV.

W pracy [a-2] przeprowadzono analizę barier na rozszczepienie w przypadku parzysto-parzystych izotopów rutherfordium Rf ($Z = 104$), seaborgium Sg ($Z = 106$), hassium Hs ($Z = 108$) i darmstadtium Ds ($Z = 110$). W przypadku prawie wszystkich tych jąder uzyskane wyniki wskazują na brak asymetrii odbiciowej, tzn. ścieżki do rozszczepienia pozostają symetryczne z $Q_{30} = 0$. Jedynie dla $^{254,256}\text{Rf}$ oraz ^{258}Sg pojawiły się ścieżki asymetryczne. Efekt reduk-

cji wysokości barier związany z pojawieniem się trójosiowości dla tych jąder jest podobny do wyników uzyskanych dla Fm i No.

Podsumowując tę część badań, można stwierdzić, że zwiększając liczbę atomową z $Z = 100$ do 110 obserwujemy dwa efekty: (i) redukcję wysokości i ostatecznie znikanie drugich barier (E_B) oraz (ii) obniżanie się wysokości pierwszych barier (E_A). Pierwszy z efektów jest dobrze widoczny w przypadku izotopów Sg, Hs i Ds, które mają pojedyncze, wąskie bariery. Natomiast drugi efekt jest szczególnie wyraźny w przypadku najcięższych izotopów $^{276-278}\text{Ds}$, dla których wysokość bariery jest dwa razy mniejsza niż dla ^{252}Fm .

Na rys. 5 przedstawione zostały energie całkowite E^{tot} oraz wartości momentów heksadekapolowych Q_{40} policzone wzdłuż statycznych ścieżek dla superciężkich parzysto-parzystych izotonów z $N = 184$. Wszystkie te jądra są sferyczne w stanach podstawowych, a ich ścieżki prowadzące do rozszczepienia są symetryczne.

Efekt obniżania wysokości barier w wyniku pojawienia się deformacji trójosiowych zależy silnie od liczby atomowej. Największą taką redukcję zaobserwowano w przypadku nuklidu $^{310}126_{184}$, gdzie przekracza ona 3 MeV. Natomiast w przypadku izotonów z $Z \leq 114$ efekt trójosiowości ma mniejsze znaczenie.

Najcięższym podwójnie magicznym jądrem jest ^{208}Pb ($Z = 82$, $N = 126$). Teoretyczne modele przewidują, że następną neutronową liczbą magiczną po 126 jest 184. Analiza barier w przypadku jąder z $N = 184$ pozwala określić położenie spodziewanej „wyspy stabilności jąder superciężkich”. Wyniki uzyskane w stosowanym modelu SLy4-HF+BCS(G) wskazują na możliwy wzrost stabilności w przypadku jąder $^{302}118_{184}$ i $^{304}120_{184}$.

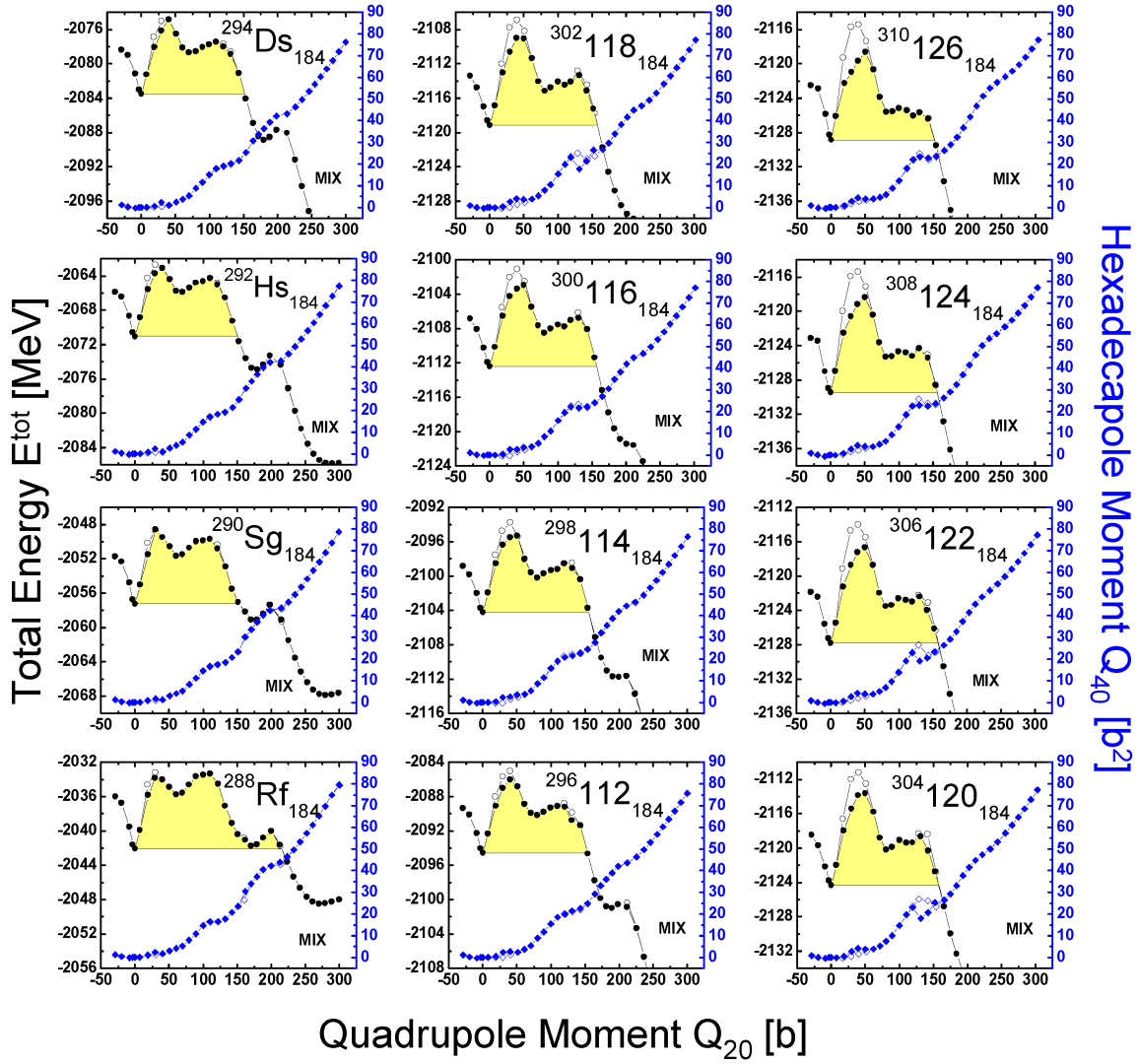
(a-3)

W pracy [a-3] przeprowadzono porównanie różnych typów oddziaływania pairing stosowanych w modelu HF+BCS z oddziaływaniem Skyrme’a (SHF+BCS). Podobnie jak w pracy [a-2] badaniem objęte były parzysto-parzyste izotony z $N = 184$, dla których wyznaczono energię całkowitą, wartości momentu heksadekapolowego i przerwy energetyczne pairing liczone wzdłuż statycznych ścieżek prowadzących do rozszczepienia.

W zastosowanym modelu SHF+BCS, w kanale cząstka-dziura użyto parametryzacji SLy4 funkcjonału gęstości Skyrme’a (zob. Tablica 1), natomiast w kanale cząstka-cząstka dwóch różnych modeli oddziaływania pairing: modelu SHF+BCS(G) - z siłą seniority-pairing oraz modelu SHF+BCS(δ) - z oddziaływaniem δ zależnym od stanu. W przypadku modelu SHF+BCS(δ) stosowano trzy warianty parametryzacji (zob. równanie (23)): (i) pairing objętościowy (*volume*) czyli DI (*delta interaction*), (ii) pairing powierzchniowy (*surface*) czyli DDDI (*density-dependent delta interaction*) oraz (iii) pairing mieszany (MIX). Ze względu na to, że oddziaływanie δ jest oddziaływaniem kontaktowym aktywna przestrzeń stanów $\Omega^{n/p}$ została ograniczona do najniższych stanów jednocząstkowych, których liczba była równa N w przypadku neutronów i Z dla protonów. W obu stosowanych modelach SHF+BCS(G) i SHF+BCS(δ) natężenie sił pairing było dobierane tak, aby odtwarzać doświadczalne przerwy energetyczne w ^{252}Fm .

Porównania obu modeli oddziaływania pairing dokonano na przykładzie trzech jąder $^{288}\text{Rf}_{184}$, $^{298}\text{Fl}_{184}$ i $^{310}126_{184}$, dla których analizowano energie całkowite (E^{tot}), wartości momentu heksadekapolowego (Q_{40}) oraz neutronowe/protonowe przerwy energetyczne ($\Delta_{n/p}$) liczone wzdłuż statycznych ścieżek. Wszystkie te jądra są sferyczne w stanie podstawowym, co wynika z faktu, że liczba $N = 184$ jest liczbą magiczną we wszystkich modelach teoretycznych wykorzystujących oddziaływanie Skyrme’a. Zamknięta powłoka $N = 184$ sprawia również, że izotony z $N = 184$ są nie tylko sferyczne w stanie podstawowym, ale ich neutronowe szczeliny energetyczne liczone w przybliżeniu BCS znikają. Natomiast wielkości protonowych szczelin energetycznych zależą od Z i są one większe dla rutherfordium ($Z = 104$) niż dla flerowium ($Z = 114$), dla którego

Δ_p jest wyraźnie mniejsza. Również w przypadku jądra $^{310}_{126}_{184}$ pairing protonowy jest słaby, co wynika z faktu, że $Z = 126$ jest liczbą półmagiczną.



Rys. 6: E^{tot} i Q_{40} podobnie jak na rys. 5, lecz uzyskane przy użyciu modelu SLy4-HF+BCS(δ), w którym współczynniki oddziaływania δ -pairing (wersja MIX) dobierane były tak, aby odtworzyć eksperymentalne przerwy energetyczne w jądrze ^{252}Fm .

W przeciwieństwie do momentów heksadekapolowych Q_{40} , które są niemal identyczne w obu modelach pairing, bariery (tzn. energie całkowite E^{tot} jako funkcje momentu kwadrupolowego Q_{20}) różnią się w zależności od zastosowanego oddziaływania pairing. Różnice te są dobrze widoczne w przypadku $^{288}\text{Rf}_{184}$, gdzie bariera uzyskana w modelu SHF+BCS(G) jest wyraźnie wyższa od tej uzyskanej w modelu SHF+BCS(δ) we wszystkich jego wariantach. W przypadku $^{298}\text{Fl}_{184}$ bariery uzyskane w modelach SHF+BCS(G) i SHF+BCS(δ) różnią się mniej między sobą niż w $^{288}\text{Rf}_{184}$. Natomiast dla $^{310}_{126}_{184}$ bariery nie zależą od zastosowanego modelu pairing. Powyższe prawidłowości dotyczące barier można przypisać różnicom w oddziaływaniu pairing protonów. W przypadku $^{288}\text{Rf}_{184}$ występuje duża systematyczna różnica pomiędzy wartościami Δ_p w modelu SHF+BCS(G) i wszystkich wariantach modelu SHF+BCS(δ), przy czym w modelu seniority-pairing uzyskuje się znacząco większe protonowe przerwy energetyczne. Różnica ta zmniejsza się w przy przechodzeniu do jądra $^{310}_{126}_{184}$, w którym wartości

$\Delta_{n/p}$ uzyskane w modelu SHF+BCS(G) są znacznie bliższe wartościom otrzymanym przy użyciu modelu SHF+BCS(δ). Oznacza to, że izospinowa zależność oddziaływania seniority-pairing jest zbyt silna. Okazuje się również, że neutronowe/protonowe szczeliny energetyczne obliczone w modelu SHF+BCS(δ) są bardzo podobne, niezależnie od użytego wariantu parametryzacji (MIX, DDDI lub DI).

Na rys. 6 porównano całkowitą energię (E^{tot}) i wartości momentu heksadekapolowego (Q_{40}) policzone wzdłuż statycznych ścieżek w przypadku dwunastu parzysto-parzystych izotonów z $N = 184$. W tym celu zastosowano parametryzację MIX oddziaływania δ . Stwierdzono, że wszystkie te superciężkie izotony są sferyczne i charakteryzują się symetrycznymi ścieżkami do rozszczepienia, a wartości momentów Q_{40} wyznaczone wzdłuż statycznych ścieżek rosną podobnie od 0 do ok. 80 b^2 .

Wszystkie bariery przedstawione na rys. 6 są dwugarbne i mają podobną szerokość. Jedynie w przypadku $^{288}\text{Rf}_{184}$ widoczna jest dodatkowa mała trzecia bariera. Ze wzrostem Z obserwuje się systematyczną redukcję drugiej bariery. Przedstawione na rysunku różnice pomiędzy symbolami otwartymi i pełnymi obrazują wpływ trójosiowości na wysokość barier. Największą redukcję bariery wynikającą z pojawienia się kształtów nieosiowych zaobserwowano w przypadku jądra $^{310}126_{184}$, gdzie przekracza ona wartość 3 MeV. Jednak dla lżejszych izotonów z $Z \leq 114$, znaczenie trójosiowości jest mniejsze.

Wielkość bariery określa stabilność jądra w procesie spontanicznego rozszczepienia. Statyczne bariery przedstawione na rys. 6 wskazują na wzrost tej stabilności dla izotonów z $118 \leq Z \leq 124$. Ten wzrost stabilności potwierdza wyniki uzyskane w poprzedniej pracy [a-2], gdzie te same jądra były rozpatrywane w modelu SHF+BCS(G), ale ze współczynnikami oddziaływania seniority-pairing skalowanymi indywidualnie dla każdego jądra tak, aby odtwarzać przerwy energetyczne wyliczone w modelu kropelkowym skończonego zasięgu (FRDM).

W podsumowaniu można stwierdzić, że uzyskane wyniki niemal nie zależą od użytego w modelu SHF+BCS(G) wariantu parametryzacji (DI-volume, DDDI-surface, MIX). Natomiast obserwuje się, że bariery wyznaczone w obu stosowanych modelach SHF+BCS(G) i SHF+BCS(δ) istotnie się różnią, co wskazuje na zbyt silną izospinową zależność oddziaływania seniority-pairing. Należy przy tym pamiętać, że zależne od stanu oddziaływanie δ jest bardziej realistyczne niż oddziaływanie seniority-pairing.

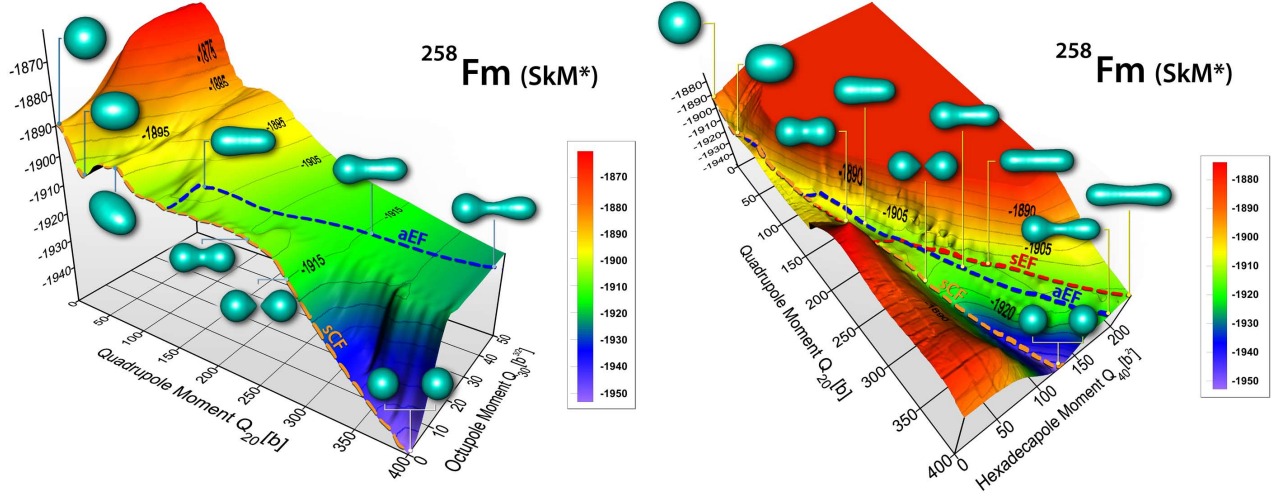
(a-4) - (a-5)

Bimodalne rozszczepienie to wyjątkowy rodzaj spontanicznego rozszczepienia (SF) zachodzący w przypadku niewielu jąder, takich jak $^{258,259}\text{Fm}$, $^{259,260}\text{Md}$ i $^{258,262}\text{No}$. W jądrach tych obserwuje się raptowne przejście pomiędzy rozszczepieniem asymetrycznym (np. w ^{256}Fm i ^{256}No) a symetrycznym (w ^{258}Fm i ^{258}No). Ponadto rozkład całkowitej energii kinetycznej (TKE) fragmentów rozszczepienia można przybliżyć dwoma funkcjami Gaussa, z maksimami przy około 200 i 233 MeV. Zaproponowana interpretacja fizyczna tego bimodalnego ze względu na energię rozszczepienia^c zakłada, że wyższy energetycznie mod związany jest z symetrycznym rozpadem na dwa kompaktowe, sferyczne fragmenty z wysoką kulombowską energią odpychania, natomiast za niższy energetycznie mod odpowiada symetryczne rozszczepienie na dwa wydłużone fragmenty. Co więcej, wyższy energetycznie mod daje wąskie i symetryczne rozkłady mas, natomiast rozkłady mas fragmentów o niższych energiach są znacznie szersze i czasami nawet asymetryczne.

W pracy [a-4], której głównym celem było badanie różnic w spontanicznym rozszczepieniu ciężkich izotopów Fm, analizowano całkowite energie (E^{tot}) i wartości momentów heksadeka-

^c E.K. Hulet et al., Phys. Rev. C **40**, 770 (1989).

polowych (Q_{40}) obliczane wzdłuż statycznych ścieżek do rozszczepienia w trzech izotopach $^{256,258,260}\text{Fm}$. W pracy stosowany był model Skyrme-HF+BCS(G): w kanale cząstka-dziura użyta została parametryzacja SkM* funkcjonału gęstości Skyrme'a, zob. Tablica 1, natomiast w kanale cząstka-cząstka zastosowano oddziaływanie seniority pairing.



Rys. 7: Trójwymiarowe rysunki przedstawiające powierzchnię energii całkowitej oraz trajektorie prowadzące do trzech znalezionych typów (modów) spontanicznego rozszczepienia w jądrze ^{258}Fm . Rysunek po lewej stronie uzyskano w przypadku współrzędnych kolektywnych $\{Q_{20}, Q_{30}\}$, a rysunek po prawej stronie dla $\{Q_{20}, Q_{40}\}$. W wybranych punktach każdej trajektorii wykreślono odpowiadające tym punktom kształty jądra.

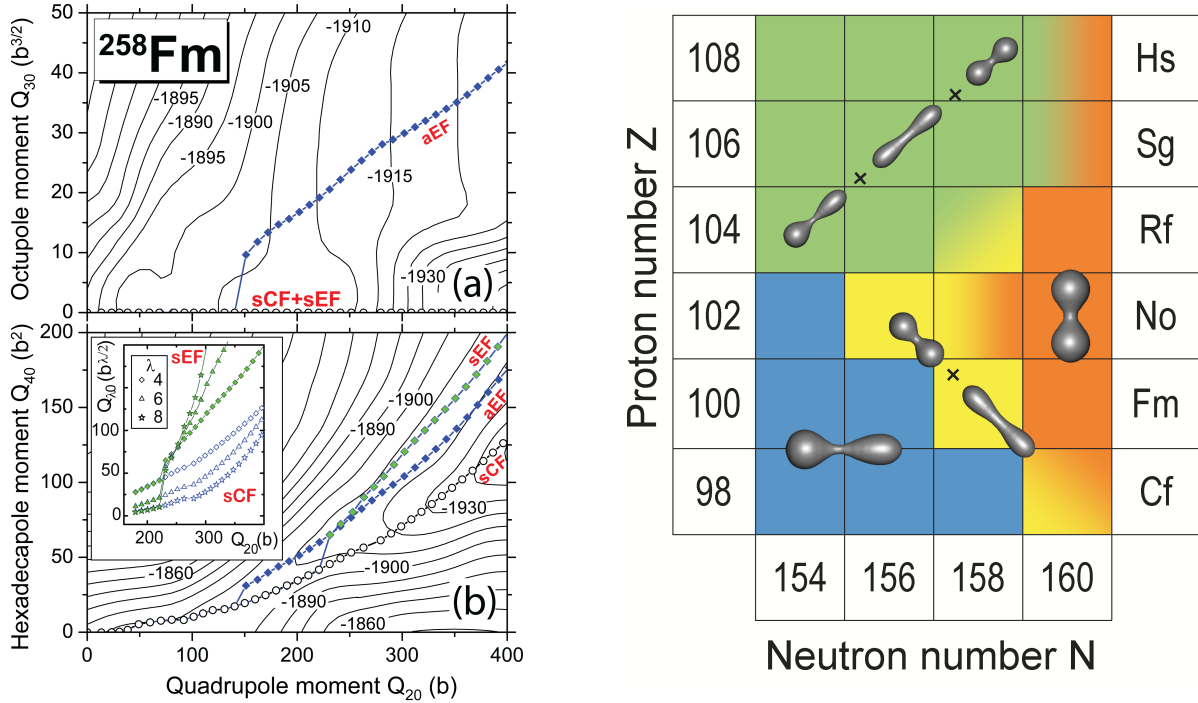
We wszystkich badanych izotopach Fm stwierdzono podobny przebieg statycznych ścieżek do rozszczepienia. W obszarze za pierwszą barierą, przy $Q_{20} \approx 150$ b, ścieżka asymetryczna odpowiadająca wydłużonym fragmentom **aEF** (*asymmetric elongated fragments*) wyodrębnia się z symetrycznej doliny. Przy $Q_{20} \approx 225$ b, ścieżka symetryczna rozdziela się na dwie: jedną odpowiadającą rozszczepieniu na niemal sferyczne (kompaktowe) fragmenty **sCF** (*symmetric compact fragments*) oraz drugą ścieżkę odpowiadającą wydłużonym fragmentom **sEF** (*symmetric elongated fragments*), zob. rys. 7 i 8 (lewy panel).

Pomimo tego, że statyczne ścieżki mają zbliżony przebieg we wszystkich badanych izotopach Fm, to analiza energii wzdłuż tych ścieżek ujawnia istotne różnice. W ^{256}Fm druga bariera przy $Q_{20} \approx 150$ b jest bardzo wąska wzdłuż asymetrycznej ścieżki aEF, natomiast szeroka w przypadku dwóch symetrycznych ścieżek (sCF i sEF), a szczyt bariery jest przesunięty w kierunku większych deformacji, $Q_{20} \approx 200$ b. Chociaż pełna ilościowa analiza „współzawodnictwa” pomiędzy różnymi modami wymaga dynamicznego opisu, to uzyskane statyczne wyniki dla ^{256}Fm silnie wskazują na dominację asymetrycznego modu aEF w tym izotopie.

Natomiast w ^{258}Fm , zupełnie inaczej niż to miało miejsce w ^{256}Fm , obie symetryczne ścieżki są otwarte ze względu na znikanie drugiej bariery w ścieżkach sCF i sEF. Symetryczna ścieżka sCF może być powiązana z modem o wysokiej wartości TKE, a ścieżka sEF z modem o niższej wartości TKE, co umożliwia interpretację bimodalnego rozszczepienia w tym jądrze. Ponadto, trzeci asymetryczny mod aEF może wносить dodatkowy mały wkład do rozkładu mas w przypadkach nisko energetycznego rozszczepienia.

W izotopie ^{260}Fm stwierdzono, że druga bariera znika w przypadku ścieżki sCE, natomiast położone wyżej w energii ścieżki sEF i aEF stają się niedostępne. Zatem spontaniczne rozszczepienie w tym jądrze może przebiegać jedynie wzdłuż symetrycznej ścieżki sCF, odpowiadającej

wysoko energetycznemu rozszczepieniu. Obserwowane przejście od asymetrycznego rozszczepienia w ^{256}Fm do kompaktowo-symetrycznego rozszczepienia w przypadku ^{260}Fm jest wynikiem efektów powłokowych pojawiających się w sąsiedztwie ^{264}Fm , dla którego przyjmuje się rozpad na dwa sferyczne, podwójnie magiczne jądra ^{132}Sn .



Rys. 8: (Lewy panel) Wyniki takie same jak na rys. 7, przedstawione w formie map w celu lepszego zobrazowania trzech znalezionych ścieżek prowadzących do spontanicznego rozszczepienia w jądrze ^{258}Fm .

(Prawy panel) Rysunek w schematyczny sposób podsumowujący wyniki uzyskane w pracy [a-5]. Dla jąder atomowych leżących w pobliżu $^{252}\text{Cf}_{154}$ podstawowym modem prowadzącym do rozszczepienia jest rozszczepienie asymetryczne aEF, a dla jąder leżących w pobliżu $^{262}\text{No}_{160}$ głównym modem jest rozszczepienie symetryczne kompaktowe sCF. Na granicy tych dwu obszarów leżą jądra takie jak $^{258}\text{Fm}_{158}$ i $^{258}\text{No}_{156}$, w których występują dwa mody symetryczne jednocześnie (sCF + sEF) - mamy wówczas do czynienia z symetrycznym rozszczepieniem bimodalnym. W przypadku jąder Rf, Sg i Hs uzyskano wyniki wskazujące na rozszczepienie trójmodalne (aEF + sCF + sEF). Jądra zaznaczone na rysunku dwoma kolorami odpowiadają sytuacji, kiedy mamy do czynienia z kombinacją dwu z przedstawionych scenariuszy rozszczepienia.

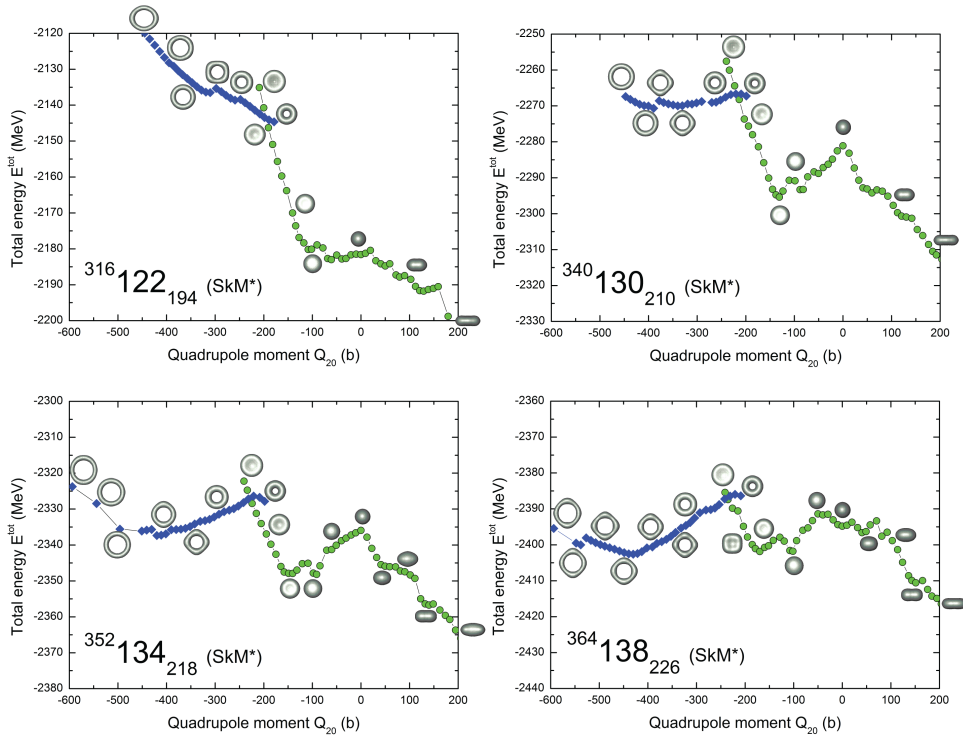
Uzyskane wyniki wskazują, że obserwowane bimodalne rozszczepienie można wyjaśnić w kategoriach ścieżek w wielowymiarowej kolektywnej przestrzeni, odpowiadających różnym kształtom produktów rozszczepienia. W pracy [a-5] przeprowadzono, podobną jak w przypadku trzech izotopów Fm, systematyczną analizę ścieżek do rozszczepienia dla 24 parzysto-parzystych jąder z $98 \leq Z \leq 108$ i $154 \leq N \leq 160$. Przejście z typowego dla aktynowców rozszczepienia asymetrycznego (aEF) do rozszczepienia symetrycznego kompaktowego (sCF) następuje w miarę zbliżania się do ^{264}Fm , rys. 8 (prawy panel). Na granicy obszarów, w których dominującym modem rozszczepienia jest aEF albo sCF pojawiają się jądra, które charakteryzuje możliwość występowania dwu modów symetrycznych jednocześnie (sCF + sEF). W przypadku takich jąder można mówić zatem o symetrycznym rozszczepieniu bimodalnym. Uzyskane wyniki wskazują ponadto, że w pobliżu jądra ^{260}Sg ($Z = 106$, $N = 154$) wszystkie trzy kanały do roz-

szczepienia (aEF, sCF i sEF) są dostępne, co oznacza w tym przypadku istnienie rozszczepienia trójmodalnego, zob. rys. 8 (prawy panel).

(a-6)

Termin *doughnut nuclei* wprowadził do fizyki jądrowej w latach 50. XX w. J. A. Wheeler^d. W latach 70. i 80. toroidalne jądra były badane w modelu kropłowym (LDM) oraz z zastosowaniem poprawek powłokowych przez C. Y. Wonga.

Celem pracy [a-6] było zbadanie stabilności toroidalnych jąder superciężkich przy użyciu samozgodnego modelu SkM*-HF+BCS(δ) z więzami na moment kwadrupolowy Q_{20} . Ponieważ klasyczny model LDM nie bierze pod uwagę efektów powłokowych, w omawianej pracy przeprowadzono ilościową analizę wpływu efektów powłokowych na opis jąder toroidalnych.



Rys. 9: Energia całkowita (E^{tot}) jąder $^{316}_{122}$, $^{340}_{130}$, $^{352}_{134}$ i $^{364}_{138}$, jako funkcja momentu kwadrupolowego Q_{20} , uzyskana w modelu SkM*-HF+BCS(δ). Przedstawiono wyniki uzyskane w przypadku deformacji toroidalnych (genus=1) i kompaktowych (genus=0). Dla wybranych wartości Q_{20} przedstawiono odpowiadające im kształty jąder, których orientacja została wybrana tak, aby oś-z leżała w płaszczyźnie rysunku dla $Q_{20} > 0$ i była prostopadła do niej dla $Q_{20} < 0$.

Równania HF+BCS rozwiązywano za pomocą programu numerycznego [HFODD, 2012], w którym stosuje się w obliczeniach rozwinięcie w kartezyjskiej bazie trzywymiarowego zdeformowanego oscylatora harmonicznego. Program ten pozwala na łamanie wszystkich symetrii średniego pola.

Rysunek 9 przedstawia energię całkowitą (E^{tot}) jako funkcję momentu kwadrupolowego Q_{20} obliczoną dla superciężkich jąder: $^{316}_{122}$, $^{340}_{130}$, $^{352}_{134}$ i $^{364}_{138}$. Uzyskano rozwiązania odpowiadające standardowej topologii kompaktowej (genus = 0) oraz topologii toroidalnej (genus = 1). Oba te rozwiązania współistnieją w pobliżu deformacji $Q_{20} \approx -200$ b. Jednak z dalszym wzrostem deformacji oblate (tzn. $Q_{20} < 0$) faworyzowaną ze względu na energię jest

^d J. A. Wheeler, Nucleonics Notebook, 1950, unpublished; R. Euvema and J. A. Wheeler, unpublished.

zmiana powierzchni jądrowej z $\text{genus}=0$ na $\text{genus}=1$, co oznacza zmianę kształtu jądra z dysku dwustronnie wklęsłego na torus. Dla deformacji $Q_{20} < -250$ b istnieje jedynie samozgodne rozwiązanie toroidalne (z $\text{genus}=1$).

Na rys. 9 przedstawiono również dla wybranych deformacji Q_{20} odpowiadające im kształty jąder, zarówno dla topologii kompaktowej jak i toroidalnej. Ponieważ w zastosowanym modelu SkM*-HF+BCS(δ) symetria osiowa może być złamana, to obserwuje się charakterystyczne deformacje toroidalnych kształtów (*sausage deformations*). Deformacje te powodują niestabilność kształtów toroidalnych i w konsekwencji prowadzą do multifragmentacji, która w przypadku jąder takich jak $^{316}\text{122}$ i $^{340}\text{130}$ zachodzi przy $Q_{20} \approx -450$ b.

Podobnie jak w modelu LDM, wraz ze wzrostem liczby atomowej Z i liczby masowej A , wartości energii w minimach E^{tot} dla $\text{genus}=1$ i $\text{genus}=0$ zbliżają się do siebie. W przypadku $Z = 138$ i $A = 364$ minimum toroidalne staje się minimum globalnym.

W podsumowaniu można stwierdzić, że wyniki uzyskane w samozgodnym modelu Skyrme'a-HF+BCS dla jąder toroidalnych są spójne z wynikami otrzymanymi w klasycznym modelu LDM. Pojawianie się toroidalnych rozkładów gęstości jądra nie jest zjawiskiem wyjątkowym, lecz raczej regułą przy dużych deformacjach typu oblate w przypadku ciężkich i superciężkich jąder atomowych.

(a-7) - (a-8)

Czas połowicznego zaniku jądra w procesie spontanicznego rozpadu (SF) w przybliżeniu WKB wyraża się wzorem^e

$$T_{sf} = \frac{\ln 2}{\omega_0/2\pi} \left[1 + \exp(2S(L_{min})) \right], \quad (42a)$$

$$S(L) = \int_{q_1}^{q_2} \left[\frac{2B(q)}{\hbar^2} \left(V(q) - (V(q_{g.s.}) + E_0) \right) \right]^{1/2} dq, \quad (42b)$$

gdzie $\omega_0/2\pi$ to charakterystyczna częstotliwość kolektywnego modu związanego z ruchem jądra do rozszczepienia, a granice całkowania q_1 i q_2 odpowiadają klasycznym punktom zwrotnym dla energii stanu podstawowego jądra przed rozszczepieniem $V(q) - V(q_{g.s.}) = E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$, gdzie $q_{g.s.}$ to deformacja stanu podstawowego.

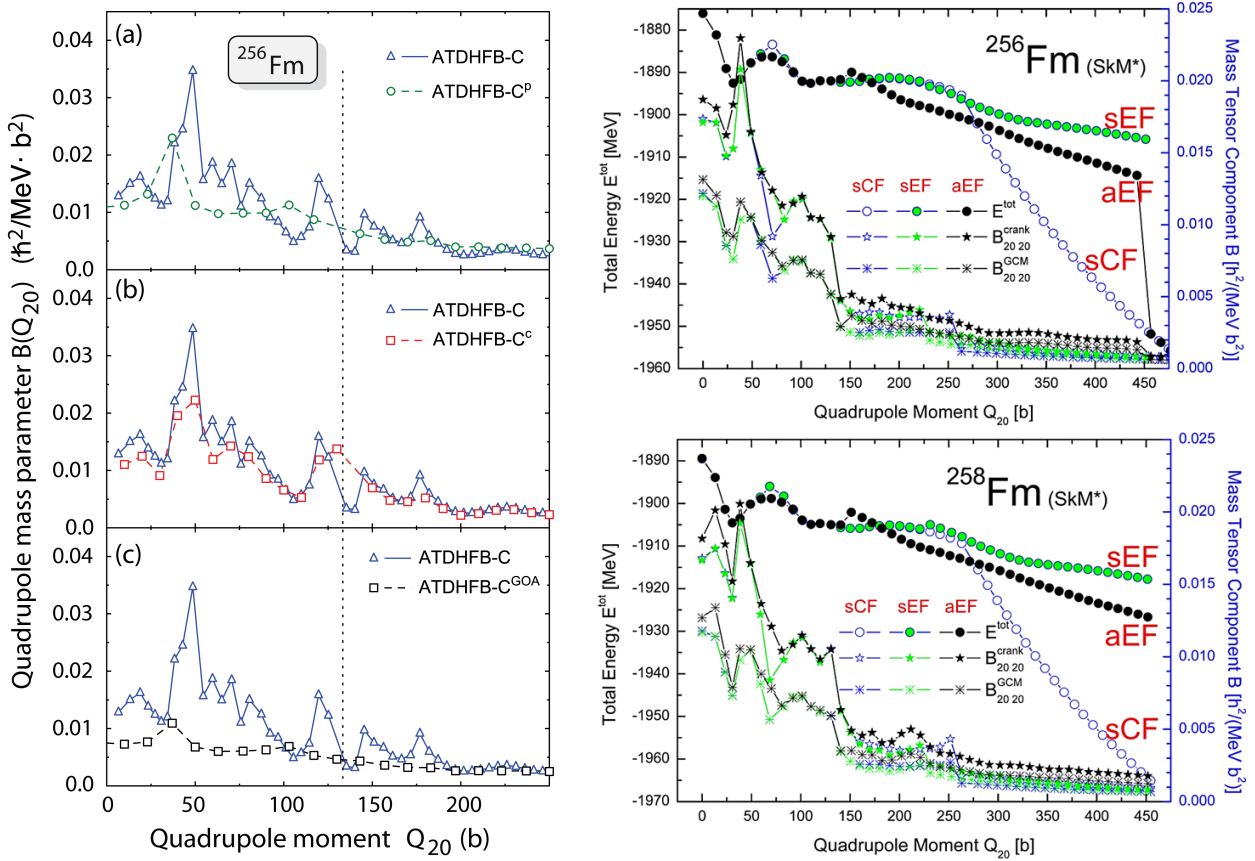
Całka działania WKB $S(L_{min})$ wzdłuż „minimalnej” ścieżki ($\delta S(L) = 0$) w wielowymiarowej przestrzeni zmiennych kolektywnych jest kluczową wielkością w tym przybliżeniu. Z równania (42b) wynika wprost, że zarówno potencjał $V(q)$ jak i kolektywny parametr masowy $B(q)$ obliczone wzdłuż L_{min} odgrywają istotną rolę w określaniu kolektywnego adiabaticznego ruchu jądra i determinują przewidywane czasy połowicznego zaniku T_{sf} .

W samozgodnym modelu średniego pola minimalną ścieżkę L_{min} przybliżano stosując jako współrzędną q (*driving coordinate*) więzy nakładane na kwadrupolowy moment Q_{20} . Uzyskiwana w ten sposób ścieżka statyczna łączy punkty w wielowymiarowej kolektywnej przestrzeni deformacji, stanowiące lokalne minima energii średniego pola $E^{\text{tot}}(Q_{20})$. Potencjał i energia stanu podstawowego występujące we wzorze (42b) na działanie WKB określone były jako $V(q) = E^{\text{tot}}(q) + ZPE(q)$ i $E_0 = ZPE(q_{g.s.})$, gdzie ZPE to poprawka energii zerowej, uzyskana w gaussowskim przybliżeniu (GOA) metody współrzędnej generującej [a-7].

W pracy [a-8] kolektywne parametry masowe wyznaczone w przybliżeniu cranking modelu ATDHFB (adiabatic time-dependent Hartree-Fock-Bogoliubov) porównywano z parametrami

^e P. O. Fröman and N. Fröman, JWKB Approximation, Contribution to the theory (North-Holland Press, Amsterdam, 1965)

uzyskanymi w przybliżeniu GOA. Obliczenia przeprowadzono w przypadku ^{256}Fm , dla jednowymiarowych statycznych kwadrupolowych ścieżek do rozszczepienia. W celu sprawdzenia wpływu oddziaływania pairing na uzyskiwane wyniki przeprowadzono obliczenia zarówno w modelu $\text{SLy4-HF+BSC}(\delta)$ jak i w modelu $\text{SkM}^*\text{-HF+BSC}(\text{G})$. W pracy [a-7] kolektywne parametry masowe uzyskane w przybliżeniu *perturbative* cranking modelu ATDHFB+BCS porównywano z parametrami otrzymanymi w przybliżeniu GOA, stosując modele średniego pola $\text{SLy4-HF+BSC}(\delta)$ oraz $\text{SkM}^*\text{-HF+BSC}(\text{G})$.



Rys. 10: (Lewy panel) Parametr masowy $B(Q_{20})$ obliczony w przybliżeniu cranking ATDHFB-C (trójkąty) wzdłuż statycznej ścieżki prowadzącej do rozszczepienia w ^{256}Fm , uzyskanej w modelu $\text{SkM}^*\text{-HFB}$. Wartości $B(Q_{20})$ w przybliżeniu ATDHFB-C porównano z wynikami uzyskanymi w przybliżeniu *perturbative* cranking ATDHFB-C^p (a); w przybliżeniu cranking w bazie kanonicznej ATDHFB-C^c (b); oraz w przybliżeniu gaussowskim (GOA) metody współrzędnej generującej, ATDHFB-C^{GOA} (c).

(Prawy panel) Energia całkowita E^{tot} (skala po lewej stronie) i parametr masowy $B(Q_{20})$ (skala po prawej stronie) w przybliżeniu *perturbative* cranking oraz w przybliżeniu gaussowskim (GOA) wyznaczone wzdłuż trzech ścieżek: sCF, sEF oraz aEF prowadzących do rozszczepienia w ^{256}Fm i ^{258}Fm (model $\text{SkM}^*\text{-HF+BSC}(\text{G})$).

Dla przejrzystości w formułowaniu wniosków dotyczących tej części badań, poniżej przedstawiono terminologię stosowaną w odniesieniu do kolejnych przybliżeń. Przybliżenie cranking dla modeli ATDHFB i ATDHFB+BCS określone jest odpowiednio jako ATDHFB-C i ATDHFB-C^c. W przybliżeniu tym średnie pola nieparzyste na operację odwrócenia czasu nie są uwzględniane w obliczeniach. Kolejne przybliżenie dotyczy bazy kanonicznej, w której macierze energii

HFB są reprezentowane jedynie przez ich diagonalne elementy. Przybliżenie cranking w bazie kanonicznej określane jest dalej jako ATDHFB-C^c.

Przybliżenie *perturbative* cranking (ATDHFB-C^p) powszechnie jest stosowane przy wyznaczaniu kolektywnego tensora masowego. W przybliżeniu tym, niezależnie od pomijania zarówno niesymetrycznych na operację odwrócenia czasu członów w równaniu ATDHFB jak i niediagonalnych elementów macierzowych energii HFB, potrzebne w obliczeniach pochodne są określane w sposób przybliżony. Parametry masowe w przybliżeniu ATDHFB-C^p w bazie kanonicznej ATDHFB-C^{pc} sprowadzają się do znanego wzoru cranking Inglisa-Belyaeva. Kolektywne parametry masowe obliczane w przybliżeniu gaussowskim (GOA) do metody współrzędnej generującej zapisywane są jako ATDHFB^{GOA}.

Na podstawie prac [a-7, a-8] można sformułować następujące wnioski (zob. rys. 10):

- i. Kolektywne parametry masowe wykazują silną zmienność w funkcji kolektywnej zmiennej kwadrupolowej. Zmienność ta jest związana ze zmianami wewnętrznej struktury powłokowej jądra.
- ii. Kolektywne parametry masowe uzyskane przy ścisłym (*non-perturbative*) wyznaczaniu pochodnych wykazują większą, niż w przypadku przybliżenia *perturbative* i GOA, zmienność spowodowaną zmianami struktury powłokowej jądra wzdłuż ścieżki do rozszczepienia.
- iii. Parametry masowe uzyskane w przybliżeniu ATDHFB-C są bardzo podobne do wyznaczonych w przybliżeniu ATDHFB-C^c. Oznacza to, że przybliżenie diagonalne macierzy energii HFB jest bardzo wiarygodne.
- iv. Parametry masowe w przybliżeniu ATDHFB-C^p różnią się od parametrów uzyskanych w podejściu *non-perturbative* głównie minimum stanu podstawowego. Przy większych deformacjach w obu przybliżeniach uzyskuje się podobne wartości parametrów masowych.
- v. Parametry masowe w przybliżeniach ATDHFB-C^p i ATDHFB^{GOA} mają bardzo podobny przebieg jako funkcja Q_{20} , przy czym w przypadku przybliżenia ATDHFB-C^p są systematycznie większe.
- vi. Kolektywne parametry masowe wyznaczone w przybliżeniu ATDBCS-C^p są około dwa razy większe niż w przypadku przybliżenia ATDBCS^{GOA}.

(a-9)

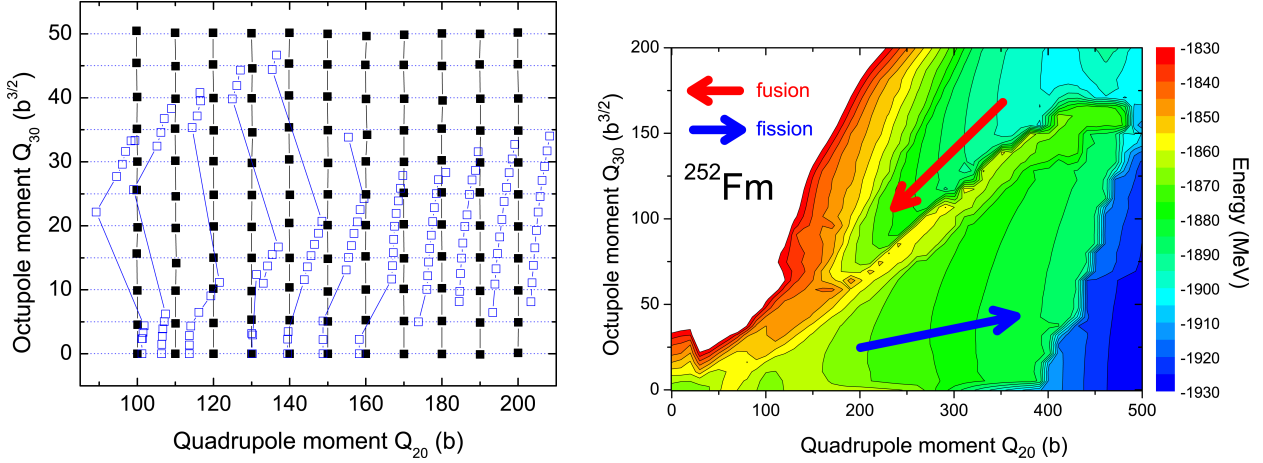
Równania HFB w teorii jądrowego funkcjonału gęstości (*density functional theory*, DFT) mogą być traktowane jako nieliniowy problem optymalizacyjny z ograniczeniami, w którym całkowita energia jądra, reprezentowana przez funkcjonal jednociałowych gęstości, jest minimalizowana z dodatkowymi ograniczeniami (więzami) dla kilku niezależnych zmiennych. Oprócz zwykle zakładanego warunku, dotyczącego zachowania liczby cząstek (protonów i neutronów), może okazać się niezbędne wprowadzenie więzów na wartości składowych wektora momentu pędu (przy badaniu rotacji jądrowej) lub więzów na jądrowe momenty multipolowe (deformacje) przy badaniu wielkoamplitudowych ruchów kolektywnych, takich jak proces rozszczepienia lub fuzji.

Rozwiązanie problemu nieliniowej optymalizacji z ograniczeniami ma szczególne znaczenie w przypadku badania procesu rozszczepienia, co wymaga nakładania wielu więzów na kolektywne stopnie swobody w wielowymiarowej przestrzeni deformacji. Szczególną uwagę należy zwrócić na identyfikację punktów siodłowych znajdujących się na wielowymiarowej powierzchni energii jądra^{fg}.

^f P. Möller *et al.*, Phys. Rev. C **79**, 064304 (2009).

^g N. Dubray and D. Regnier, Comput. Phys. Commun. **183**, 2035 (2012).

W pracy [a-9] metoda rozszerzonych współczynników Lagrange’a (*augmented Lagrangian method*, ALM), powszechnie stosowana w chemii kwantowej do rozwiązywania problemu optymalizacji z ograniczeniami, została użyta w kontekście jądrowego DFT dla przypadku samozgodnego modelu Skyrme’a-Hartree’ego-Focka-Bogoliubova z więzami (CHFB) (E.5). Metoda ALM została porównana ze standardowymi wariantami metody mnożników Lagrange’a, takimi jak metoda kwadratowej funkcji kary (*quadratic penalty method*, QPM) czy metoda zwykłych mnożników Lagrange’a (*linear constraint method*, LCM), zob. pkt E.5.



Rys. 11: (Lewy panel) Porównanie metody optymalizacji z rozszerzonymi mnożnikami Lagrange’a (ALM) (czarne kwadraty) ze standardową metodą z kwadratową funkcją kary (QPM) (białe kwadraty). Obie metody zastosowane zostały w modelu HFB z więzami, w którym wyznaczano energię całkowitą jądra w punktach mających tworzyć regularną siatkę na płaszczyźnie Q_{20} - Q_{30} . Metoda QPM nie pozwala wyznaczyć precyzyjnie punktów regularnej siatki, natomiast metoda ALM jest zawsze skuteczna.

(Prawy panel) Dwuwymiarowa mapa przedstawiająca powierzchnię energii całkowitej jądra ^{252}Fm , uzyskana z wykorzystaniem metody ALM na płaszczyźnie współrzędnych kolektywnych Q_{20} - Q_{30} (w obliczeniach zastosowano parametryzację SkM*). Na rysunku zaznaczono ścieżkę prowadzącą do rozszczepienia jądra ^{252}Fm na dwa fragmenty oraz ścieżkę, wzdłuż której dwa lżejsze jądra w wyniku fuzji tworzą jądro ^{252}Fm . Poziomice na mapie przedstawione są co 5 MeV.

Rysunek 11 (lewy panel) przedstawia wyniki obliczeń uzyskanych w modelu CHFB dla punktów dwuwymiarowej siatki kartezjańskiej Q_{20} - Q_{30} , gdzie więzy nakładane na momenty kwadrupolowe i oktopolowe tworzą regularną siatkę. Metoda QPM nie pozwala wyznaczyć precyzyjnie punktów regularnej siatki, natomiast metoda ALM jest zawsze skuteczna. W szczególności, siatka uzyskana w metodzie QPM nie pozwala pokryć w całości badanego obszaru deformacji. Prawy panel na rys. 11 przedstawia dwuwymiarową mapę powierzchni energii całkowitej jądra ^{252}Fm , uzyskaną z wykorzystaniem metody ALM na płaszczyźnie współrzędnych kolektywnych Q_{20} - Q_{30} , przy zastosowaniu parametryzacji SkM* dla funkcjonału gęstości Skyrme’a. Porównując oba panele rys. 11 można zauważyć, że cały obszar odpowiadający dużym wartościom Q_{30} jest niedostępny w metodzie QPM.

Porównanie obu metod pozwala na stwierdzenie, że metoda ALM jest bardziej dokładna, ponieważ umożliwia przeprowadzanie precyzyjnych obliczeń z wieloma więzami w pełnym zakresie zmiennych kolektywnych, na co nie zawsze pozwala metoda standardowa QPM. Ponadto metoda ALM daje się łatwo zaadaptować do zastosowań numerycznych, a jej stabilność czyni ją „narzędziem z wyboru” przy wieloskalowych obliczeniach CHFB, takich jak badanie procesu rozszczepienia jądra w wielowymiarowej przestrzeni kolektywnej.

(a-10) - (a-11)

Zjawisko spontanicznego rozszczepienia (SF) można opisywać w kategoriach wielociałowego tunelowania, w które zaangażowane są średnie pola o różnych symetriach wewnętrznych. Jądro na swojej ścieżce do rozszczepienia, pomiędzy stanem podstawowym a punktem rozerwania, podlega różnym deformacjom, które zależą od zmieniającej się struktury powłokowej. Optymalna kolektywna ścieżka w wielowymiarowej przestrzeni deformacji, która minimalizuje kolektywne działanie może być związana z sekwencją spontanicznie łamanych symetrii, takich jak symetria osiowa i symetria odbiciowa kształtów. Kształty trójosiowe mają szczególne znaczenie w pobliżu pierwszej bariery, natomiast średnie pola z asymetrią odbiciową są odpowiedzialne za rozszczepienie asymetryczne. Współzawodnictwo pomiędzy różnymi modami do rozszczepienia, związanymi z odmiennymi wariantami łamania symetrii wewnętrznej układu, jest kluczem do zrozumienia takich zjawisk jak rozszczepienie bimodalne lub multimodalne, zob. [a-4, a-5].

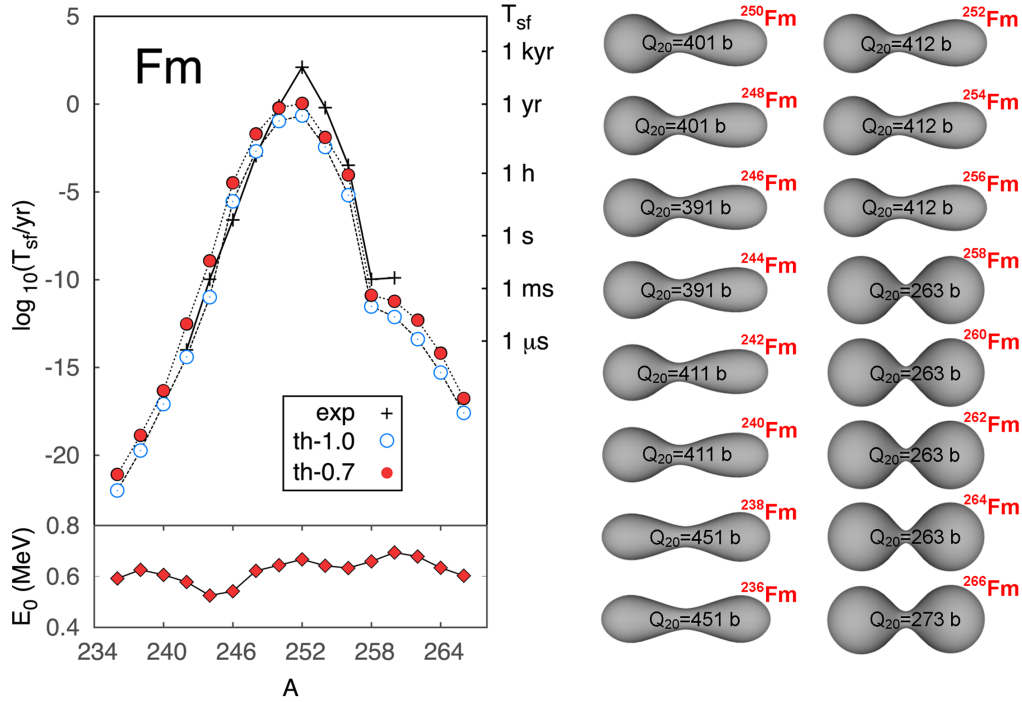
Można przyjąć, że dla badania czasów życia w procesie SF jąder superciężkich zastosowanie samozgodnego funkcjonału gęstości (DFT) stanowi optymalne podejście. Zaletą DFT jest to, że traktując jądro jako wielociałowy układ fermionów pozwala określić najważniejsze kolektywne stopnie swobody i jest punktem wyjścia dla kolejnych teorii (zależnych od czasu), np. ATDHFB. Przy porównywaniu metody makroskopowo-mikroskopowej z samozgodnymi modelami HF+BCS i HFB należy pamiętać, że w przypadku metod makroskopowo-mikroskopowych stopnie swobody opisujące kształty jąder są wprowadzane bezpośrednio poprzez parametry deformacji. W konsekwencji, odpowiadające im średnie pola są ograniczone przez dokonany wybór tych parametrów. Natomiast w przypadku samozgodnych modeli HF+BCS lub HFB możliwa jest eksploracja całej przestrzeni kolektywnej, poprzez mechanizm łamania symetrii wewnętrznych układu.

W pracy [a-10] badano proces spontanicznego rozszczepienia parzysto-parzystych izotopów Fm z $236 \leq A \leq 266$, stosując model HFB z parametryzacją SkM* funkcjonału gęstości Skyrme'a (Tablica 1). Obliczenia w modelu Skyrme'a-HFB prowadzono z zastosowaniem programu numerycznego [HFODD, 2012], który umożliwia łamanie wszystkich samozgodnych symetrii średnich pól jądrowych na ścieżce do rozszczepienia.

Mikroskopowe składniki konieczne do obliczenia całki działania, zob. równania (42a) i (42b), to: potencjał kolektywny, kolektywny parametr masowy oraz energia stanu podstawowego. Przy wyznaczaniu energii potencjalnej, od energii całkowitej HFB $E^{tot}(Q_{20})$ odejmowano poprawkę wibracyjnej energii zerowej $ZPE(Q_{20})$, obliczoną przy użyciu modelu gaussowskiego przybliżenia metody współrzędnej generującej, jak poprzednio [a-7, a-8]. W pracach [a-10, a-11] stosowano parametry masowe $B_{20,20}(Q_{20})$ w przybliżeniu *perturbative* cranking ATDHFB-C^p. Jako kolektywne energie stanu podstawowego przyjęto $E_0 = 0.7 ZPE(Q_{20}^{gs})$.

Rysunek 12 (lewy panel) przedstawia czasy życia SF dla parzysto-parzystych izotopów Fm. Obliczenia tych czasów życia SF stanowią duże wyzwanie, ponieważ doświadczalne wartości T_{sf} zmieniają się dla tego łańcucha izotopów w zakresie niemal 17 rzędów wielkości. Cieszy zatem fakt uzyskania w tym przypadku ilościowej zgodności pomiędzy doświadczeniem i teorią. Jak można zauważyć na rys. 12, współczynnik skalowania 0.7 dodatkowo poprawia tę obserwowaną zgodność, bez zmiany ogólnego obrazu. W celu lepszego zilustrowania przewidywanych modów na rozszczepienie, na rys. 12 (prawy panel) przedstawiono uzyskane w modelu SkM*-HFB kształty izotopów Fm w pobliżu punktów rozerwania. Symetryczny mod sEF przeżywa w przypadku izotopów $^{236,238}\text{Fm}$, natomiast asymetryczny mod aEF dominuje w izotopach $^{240-256}\text{Fm}$, a symetryczny mod kompaktowy sCF odgrywa największą rolę w przypadku izotopów $^{258-266}\text{Fm}$. Kwadrupolowe deformacje punktów rozerwania w przypadku ciężkich izotopów

$^{258-266}\text{Fm}$ ($Q_{20} \approx 450$ b) są znacznie mniejsze niż w $^{240-256}\text{Fm}$ ($Q_{20} \approx 400 \div 410$ b) oraz w $^{236,238}\text{Fm}$ ($Q_{20} \approx 450$ b).

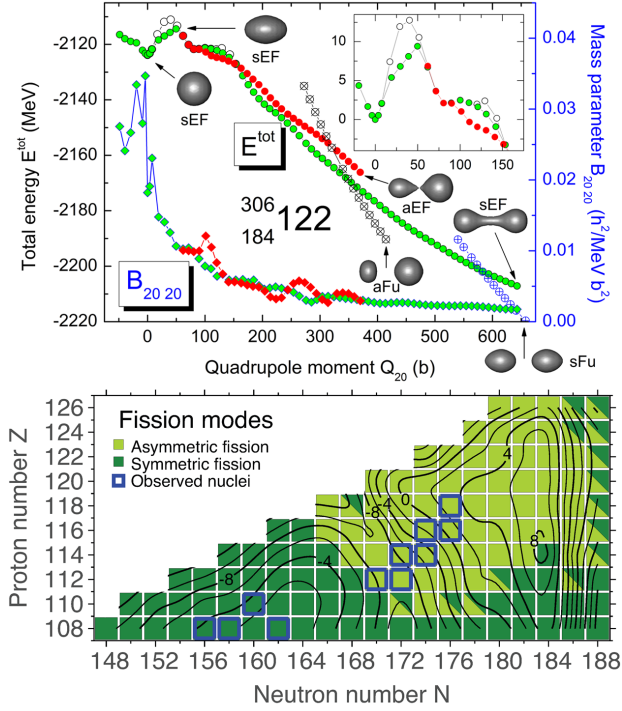


Rys. 12: (Lewy panel) Czasy połowicznego zaniku w procesie spontanicznego rozszczepienia, w skali logarytmicznej $\log_{10}(T_{sf}/s)$, parzysto-parzystych izotopów Fm z liczbami masowymi $236 \leq A \leq 266$ uzyskane w modelu SkM*-HFB (th-0.7) w porównaniu z istniejącymi wartościami doświadczalnymi dla tych jąder. W dolnej części rysunku przedstawiono mikroskopowe kolektywne energie stanu podstawowego każdego jądra, $E_0 = 0.7 \text{ ZPE}(Q_{20}^{gs})$, z jakimi liczone T_{sf} . Wprowadzony współczynnik skali 0.7 poprawia zgodność z danymi doświadczalnym. Dla porównania, na rysunku przedstawiono również nie skalowane wyniki (th-1.0).

(Prawy panel) Uzyskane w modelu SkM*-HFB kształty izotopów Fm w pobliżu punktów rozerwania, z podanymi wartościami momentu kwadrupolowego Q_{20} odpowiadającego tym punktom.

Parzysto-parzyste superciężkie jądra atomowe z $108 \leq Z \leq 126$ i $148 \leq N \leq 188$ można podzielić na trzy grupy ze względu na ich własności w stanie podstawowym: (i) jądra o zdeformowanych kształtach prolate ($Q_{20} \approx 30$ b) z $N \leq 170$; (ii) jądra sferyczne z $N > 180$; oraz (iii) słabo zdeformowane, często trójosiowe jądra leżące pomiędzy obszarami (i) oraz (ii). Jądra z $N > 180$ są najbardziej stabilne za względu na proces SF; mają one dwugarbne bariery, z pierwszą barierą w pobliżu deformacji $Q_{20} \approx 50$ b, która jest większa niż druga bariera ($E_A > E_B$). Dla większości jąder, efekt związany z trójosiowością znacząco redukuje wysokość pierwszej bariery. Ponadto, w przypadku odbiciowo-symetrycznych ścieżek sEF, gdzie pojawiają się wydłużone fragmenty, trójosiowość może również zmniejszać drugą barierę. Zazwyczaj odbiciowo-asymetryczna dolina odpowiadająca asymetrycznym wydłużonym fragmentom (aEF) wyodrębnia się ze ścieżki sEF w obszarze za pierwszą barierą, przy $Q_{20} > 80$ b. W przypadku jąder z $A > 280$ and $Z > 108$, druga bariera zanika na ścieżce aEF. Czasy życia SF słabo zdeformowanych jąder z obszaru przejściowego (iii) były zawsze liczone względem zdeformowanych stanów podstawowych typu prolate. W pracy [a-11] obie ścieżki do rozszczepienia sEF i aEF były brane pod uwagę przy obliczeniach czasów życia SF. Prawdopodobieństwa rozpadu

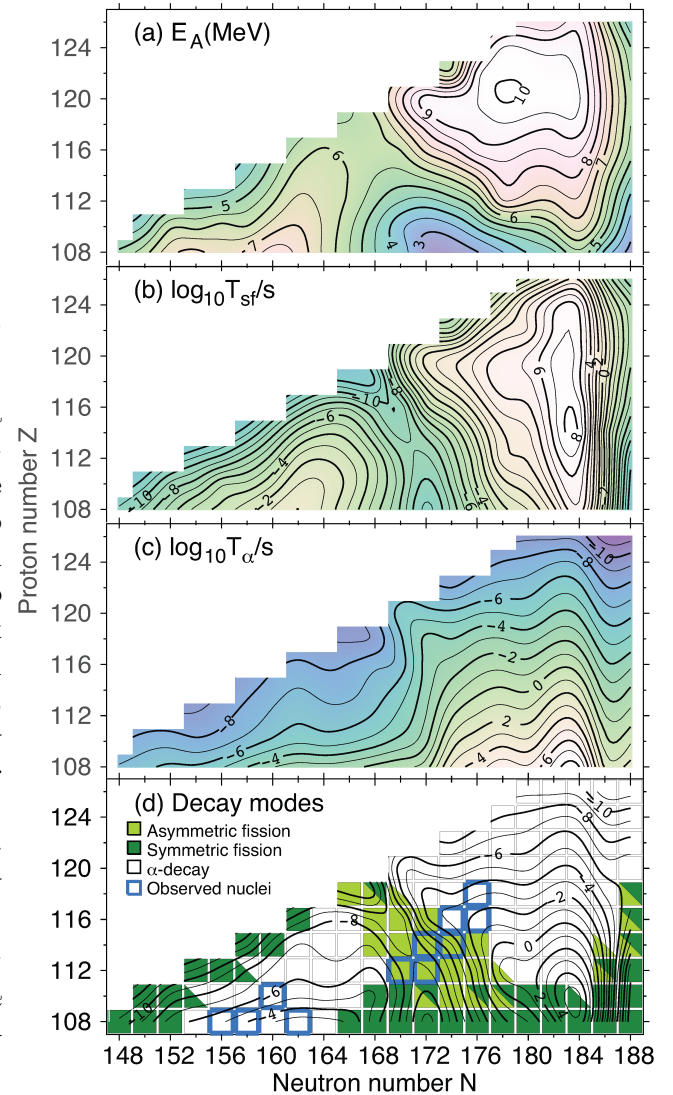
liczone dla obu kanałów do rozszczepienia były składane w celu wyznaczenia czasu życia SF, a kanał krótszego czasu życia określał typ modu rozszczepieniowego dla danego jądra.



Rys. 13: (Górny panel) Energia całkowita (skala po lewej stronie) i kwadropolowy parametr masowy (skala po prawej stronie) policzone wzdłuż ścieżek: sEF i aEF, prowadzących do rozszczepienia w $^{306}_{122}\text{Udd}$, wraz z kształtami dla wybranych wartości Q_{20} . Przedstawiono również energie dla znalezionych dwóch ścieżek prowadzących do fuzji: sFu (symetrycznej) i aFu (asymetrycznej). Aby zilustrować efekt obniżania bariery w przypadku kształtów nieosiowych, we wstawce powiększono obszar samej bariery.

(Dolny panel) Porównanie modu symetrycznego sEF i asymetrycznego aEF w procesie spontanicznego rozszczepienia (SF) parzysto-parzystych jąder superciężkich. Przedstawione na rysunku poziomicie odpowiadają uzyskanym wartościom $\log_{10}(T_{sf}/s)$. Na rysunku zaznaczono odkryte jądra z tego obszaru.

Rys. 14: Wyniki uzyskane w modelu SkM*-HFB dla parzysto-parzystych jąder superciężkich. (a) Wysokości pierwszej bariery E_A ; (b) Czasy życia w procesie SF; (c) Czasy życia w procesie rozpadu α ; (d) Dominujące typy rozpadu, poziomicie odpowiadają uzyskanym całkowitym czasom życia: $\log_{10}(T_{sf+\alpha}/s)$.



Rysunek 13 (górny panel) przedstawia współzawodnictwo pomiędzy kanałami rozszczepieniowymi sEF i aEF, w przypadku sferycznego superciężkiego jądra $^{306}_{122}\text{Udd}$. Na tym rysunku zaznaczono również dwie ścieżki prowadzące do fuzji: symetryczną (sFu) i asymetryczną (aFu). Aby zilustrować efekt obniżania bariery w przypadku deformacji nieosiowych, we wstawce w większej skali przedstawiono obszar samej bariery: pierwsza bariera jest redukowana o ~ 3 MeV, natomiast efekt ten w przypadku drugiej bariery (sEF) jest słabszy i wynosi około 1 MeV. Jednak druga bariera znika całkowicie na ścieżce aEF, co powoduje, że dominującym w tym

jądrze staje się mod odbiciowo-asymetryczny. Całkowite rozkłady gęstości są przedstawione w punktach rozerwania przy $Q_{20} \approx 370$ b, dla ścieżki aEF oraz przy $Q_{20} \approx 650$ b, dla ścieżki sEF. Wyraźnie widać, że „szyjka” (przewężenie) w przypadku aEF znika, natomiast w symetrycznym punkcie rozerwania jest niezerowa. Na rys. 13 przedstawiono również parametry masowe $B_{20,20}$ w przybliżeniu ATDHFB- C^p policzone wzdłuż ścieżek sEF i aEF. Parametry masowe $B_{20,20}$ wyznaczone wzdłuż obu trajektorii są bardzo podobne, co oznacza, że to energia potencjalna (tzn. wysokość i szerokość bariery) określa w tym przypadku najkrótszą ścieżkę do rozszczepienia. Czas życia SF policzony dla osiowo symetrycznej ścieżki sEF wynosi $T_{sf} = 10^{13.82}$ s. Efekty trójosiowe na tej ścieżce redukują czas życia SF do wartości $10^{9.39}$ s, natomiast efekty związane z asymetrią odbiciową kształtów (aEF) obniżają dodatkowo czas życia SF dla tego jądra do wartości $T_{sf} = 10^{6.25}$ s. Oznacza to, że redukcja czasów życia spowodowana przez łączny efekt łamania symetrii osiowej oraz odbiciowej wynosi aż siedem rzędów wielkości.

Współzawodnictwo modu sEF z modem aEF dla badanych jąder parzysto-parzystych przedstawiono schematycznie na rys. 13 (dolny panel). Mod sEF dominuje w przypadku izotopów Hs i superciężkich jąder z $A < 280$ oraz w przypadku jąder z obszaru trójkąta wyznaczonego przez ^{290}Ds , ^{298}Fl i ^{298}Ds . Dla pozostałych jąder stwierdza się dominację modu asymetrycznego aEF. Dla najcięższych jąder z $N = 188$ przewiduje się rozszczepienie bimodalne. W przypadku takich jąder, dla których $|\log_{10}(T_{sEF}/T_{aEF})| < 0.3$, na powyższym rysunku wprowadzono symbole trójkątów. Wysokości barier dla obu ścieżek aEF i sEF są bardzo podobne, zatem to szerokość bariery określa typ dominującego modu SF.

Rysunek 14(a) przedstawia wyznaczone wysokości pierwszej bariery E_A . W obszarze superciężkich jąder z $A < 280$, w przypadku których przewiduje się zanik drugiej bariery, najwyższe wartości E_A (powyżej 7 MeV) uzyskano dla $^{262,268,270}\text{Hs}$. W regionie przejściowym ($172 \leq N \leq 180$) słabo zdeformowanych jąder, które charakteryzują się dwugarbnymi barierami (z pierwszą barierą większą niż druga) maksymalną wartość wysokości bariery E_A (~ 10 MeV) stwierdzono dla $^{298}_{120}\text{Udn}$ i $^{300}_{120}\text{Udn}$, a minimalną wartość (2.7 MeV) dla $^{280,282}\text{Hs}$. W obszarze jąder sferycznych z $N > 180$ przewiduje się gwałtowny spadek wysokości barier E_A z ponad 9 MeV dla $N = 182, 184$ do mniej niż 5 MeV w przypadku $N = 188$. Uzyskane wyniki dotyczące wysokości barier na rozszczepienie jąder superciężkich są spójne z wynikami otrzymywanymi w modelach mikroskopowo-makroskopowych^{hi}. Jediną różnicą jest to, że maksymalne wartości E_A z $Z = 120$ uzyskane w stosowanym modelu SkM*-HFB ulegają przesunięciu do $Z = 114$ w obu modelach mikroskopowo-makroskopowych.

Czasy życia SF policzone dla superciężkich jąder parzysto-parzystych z $108 \leq Z \leq 126$ i $148 \leq N \leq 188$ przedstawiono na rys. 14(b). Maksymalną wartość $T_{sf} = 10^{7.75}$ s stwierdzono dla jądra ^{298}Fl , a zbliżone do niej wartości T_{sf} uzyskano w przypadku ^{300}Lv i $^{302}_{120}\text{Udn}$. Najkrótsze czasy życia SF rzędu 10^{-10} s obserwuje się w przypadku jąder z wąskiego „korytarza” utworzonego przez ^{280}Hs , ^{284}Fl i $^{284}_{118}\text{Uuo}$, który leży na granicy obszaru słabo zdeformowanych jąder superciężkich charakteryzujących się współistnieniem deformacji prolate-oblate lub znaczną trójosiowością w pobliżu stanu podstawowego. Ten „korytarz” niestabilności w odniesieniu do SF oddziela superciężkie jądra, które otrzymano w reakcji gorącej fuzji od jąder uzyskanych w wyniku zimnej fuzji. Brak całkowitej zgodności między wartościami czasów życia SF a wysokościami barier E_A (rys. 14(a)) wskazuje, że czasy życia SF zależą również od innych czynników niż tylko od E_A . Tymi innymi czynnikami są np. szerokość bariery, pojawianie się drugiej bariery i kolektywne parametry masowe wzdłuż ścieżki prowadzącej do rozszczepienia.

^h P. Möller *et al.*, Phys. Rev. C **79**, 064304 (2009)

ⁱ M. Kowal, P. Jachimowicz, and A. Sobiczewski, Phys. Rev. C **82**, 014303 (2010)

Na przykład, dla jąder z obszaru wokół $Z = 114$ i $N = 184$ obserwowany wzrost czasów życia SF związany jest z pojawianiem się drugiej bariery.

Na rys. 14(c) przedstawiono wartości $\log_{10} T_\alpha$ uzyskane dla parzysto-parzystych superciężkich jąder atomowych. W celu wyznaczenia czasów życia ze względu na rozpad α stosowano standardową procedurę (Viola-Seaborg)^j z parametrami podanymi w pracy^k i obliczano wartości energii Q_α . Stwierdzono ogólną zgodność uzyskanych wyników z danymi doświadczalnymi, chociaż wartości Q_α dla jąder z obszaru zdeformowanej zamkniętej powłoki $N = 162$ są w stosowanym modelu niższe niż wartości doświadczalne.

Zestawienie całkowitych czasów życia dla parzysto-parzystych jąder superciężkich, ze względu na proces SF i rozpad α , przedstawiono na rys. 14(d). W stosowanym modelu SkM*-HFB region najbardziej stabilnych superciężkich jąder stwierdza się wokół ^{294}Ds z całkowitym czasem życia wynoszącym $10^{5.13}\text{s}$ czyli ~ 1.5 dnia. Na rysunku tym podano też dominujące kanały rozpadu poszczególnych jąder. W przypadku najbardziej stabilnego jądra ^{294}Ds przewiduje się współzawodnictwo między rozpadem α i rozszczepieniem symetrycznym. Warto również podkreślić, że w przypadku izobarów z $A = 284, 286$ dominującym kanałem rozpadu jest asymetryczne rozszczepienie. Obserwowany *fission corridor* oddziela dwa obszary, w których dominuje rozpad α , tzn., region zdeformowanych jąder z $N \leq 166$ oraz region zawierający słabo zdeformowane jądra trójosiowe i cięższe jądra sferyczne z $N = 184$.

W pracy [a-11] przeprowadzono obliczenia w samozgodnym modelu Skyrme-HFB w celu określenia rodzajów rozpadu parzysto-parzystych superciężkich jąder atomowych z ($108 \leq Z \leq 126$ i $148 \leq N \leq 188$) i ich czasów życia oraz wyznaczenia położenia obszaru jąder najbardziej stabilnych. W zastosowanym modelu, ścieżki do rozszczepienia w wielowymiarowej kolektywnej przestrzeni deformacji zostały wyznaczone bez arbitralnego zakładania wewnętrznych samozgodnych symetrii, a parametry masowe w przybliżeniu *perturbative* cranking ATDHFB oraz poprawki energii zerowej wyznaczono mikroskopowo. Użyty model dobrze odtwarza doświadczalne wartości T_{sf} dla parzysto-parzystych izotopów Fm [a-10] oraz innych aktynowców, co wydaje się być warunkiem koniecznym zanim przystąpi się do badania jeszcze nieznanego eksperymentalnie obszaru jąder superciężkich. Warto tu zaznaczyć, że przeprowadzone obliczenia stanowią pierwsze, w odniesieniu do SF jąder superciężkich, systematyczne samozgodne podejście wolne od sztucznie zakładanych symetrii wewnętrznych, które mogą wpływać znacząco na ostateczne wyniki.

Stosowany model umożliwił zidentyfikowanie dwóch współzawodniczących modów w procesie SF jąder superciężkich: modu z kształtami odbiciowo-symetrycznymi sEF oraz modu odbiciowo-asymetrycznego aEF. Mod asymetryczny aEF dominuje w obszarze jąder z $N \geq 166$, podczas gdy mod sEF przeważa w regionie lżejszych jąder superciężkich oraz w przypadku neutronowo nadmiarowych jąder z $N \approx 188$. Region jąder charakteryzujących się asymetrycznym rozszczepieniem w przybliżeniu odpowiada obszarowi jąder z najwyższymi barierami i najdłuższymi czasami życia SF.

E.7. Podsumowanie

W przeprowadzonych badaniach zastosowano samozgodne modele średniego pola HF+BCS i HFB z funkcjałem gęstości Skyrme'a, przy wykorzystaniu programu numerycznego HFODD umożliwiającego łamanie wszystkich symetrii wewnętrznych układu. Jest to szczególnie ważne przy mikroskopowym opisie wielkoamplitudowych kolektywnych ruchów w jądrze atomowym -

^j V. E. Viola, Jr. and G. T. Seaborg, J. Inorg. Nucl. Chem. **28**, 741 (1966).

^k A. Parkhomenko and A. Sobczewski, Acta Phys. Pol. B **36**, 3095 (2005).

takich jak proces spontanicznego rozszczepienia, w którym trójosiowość i asymetria odbiciowa deformacji jądra odgrywają kluczową rolę.

Najważniejsze uzyskane wyniki to:

- określenie w modelu Skyrme'a-HFB głównych modów rozpadu parzysto-parzystych superciężkich jąder atomowych $\rightarrow$ (a-11), rys. 14,
- opisanie współzawodnictwa między modelem symetrycznym sEF i modelem asymetrycznym aEF w procesie spontanicznego rozszczepienia parzysto-parzystych superciężkich jąder atomowych $\rightarrow$ (a-11), rys. 13 (dolny panel),
- interpretacja bimodalnego rozszczepienia jako współzawodnictwa między modelem symetrycznym kompaktowym sCF i modelem symetrycznym sEF w przypadku $^{258}\text{Fm} \rightarrow$ (a-4) i (a-5), rys. 7, 8 (lewy panel)
- zaproponowanie nowego zjawiska trójmodalnego rozszczepienia (aEF+sCF+sEF) dla jąder Rf, Sg i Hs $\rightarrow$ (a-5), rys. 8 (prawy panel),
- uzyskanie samozgodnych rozwiązań toroidalnych (o topologii genus=1) w przypadku superciężkich jąder o silnie zdeformowanych kształtach typu oblate $\rightarrow$ (a-6), rys. 9.

Bibliografia

- Dobaczewski J., Flocard H., and Treiner J., Nucl. Phys. A **422**, 103 (1984).
 Dobaczewski J. and Dudek J., Phys. Rev. C **52**, 1827 (1995); C **55**, 3177(E) (1997); Acta Phys. Pol. B **27**, 45 (1996).
 Engel Y. M., Brink D. M., Goeke K., Krieger S., and Vautherin D., Nucl. Phys. A **249**, 215 (1975).
 Hellemans V., Heenen P.-H., and Bender M., Phys. Rev. C **85**, 014326 (2012).
 HFODD: Dobaczewski J. *et al.*, Comput. Phys. Commun. **102**, 166 (1997); *ibid.* **102**, 183 (1997); *ibid.* **131**, 164 (2000); *ibid.* **158**, 158 (2004); *ibid.* **167**, 214 (2005); *ibid.* **180**, 2361 (2009); Schunck N. *et al.*, *ibid.* **183**, 166 (2012).
 Perlińska E., Rohoziński S. G., Dobaczewski J., and Nazarewicz W., Phys. Rev. C **69**, 014316 (2004).
 Reinhard P.-G. and Flocard H., Nucl. Phys. A **584**, 467 (1995).
 Rohoziński S. G., Dobaczewski J., and Nazarewicz W., Phys. Rev. C **81**, 014313 (2010); Int. J. Mod. Phys. E **19**, 640 (2010).
 Skyrme T. H. R., Phil. Mag. **1**, 1043 (1956); Nucl. Phys. **9**, 615 (1958/59); *ibid.*, p. 635; *ibid.*, p. 641.
 Stancu F., Brink D. M., and Flocard H., Phys. Lett. **B68**, 108 (1977).
 Slater J. C., Phys. Rev. **81**, 385 (1951).
 Staszczak A., Stoitsov M., Baran A., and Nazarewicz W., Eur. Phys. J. A **46**, 85 (2010) [a-9].
 Vautherin D. and Brink D. M., Phys. Rev. C **5**, 626 (1972).

A. Staszczak

Część II

Wykaz opublikowanych prac naukowych oraz informacja o osiągnięciach dydaktycznych, współpracy naukowej i popularyzacji nauki

F. Wykaz innych opublikowanych prac naukowych (nie wchodzących w skład osiągnięcia wymienionego w pkt D.2) oraz wskaźniki dokonań naukowych

F.1. Publikacje naukowe w czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports (JCR)

Przed uzyskaniem stopnia doktora

- b-1 A. Staszczak, A. Baran, K. Pomorski, and K. Böning, *Coupling of the pairing vibrations with the fission mode*, Phys. Lett. **161B**, 227-230 (1985). $IF_{1986}=3,530^1$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, wykonałem rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 35%.
- b-2 J. Peszyński, T. Trojanowski, A. Bielewski, Cz. Leszczyk, I. Gościński, J. Skołyszewski, B. Gliński, G. Basińska, A. Staszczak, and H. Koźniewska, *Ocena wskaźników skojarzonego leczenia niskozróżnicowanych glejaków mózgu*, Neur. Neurochir. Pol., **XXII**, 221-227 (1988). $IF_{2011}=0,433$
Przeprowadziłem statystyczne opracowanie wyników badań medycznych. Mój udział procentowy szacuję na 5%.
- b-3 T. Trojanowski, J. Peszyński, K. Turowski, S. Kamiński, I. Gościński, M. Reinfus, T. Krzyszowski, M. Pyrich, A. Bielawski, Cz. Leszczyk, B. Bednarzewska, A. Staszczak, and H. Koźniewska, *Postoperative radiotherapy and radiotherapy combined with CCNU chemotherapy for treatment of brain gliomas*, J. Neuro-Oncology **56**, 285-291 (1988). $IF_{1992}=1,341$
Przeprowadziłem statystyczne opracowanie wyników badań medycznych. Mój udział procentowy szacuję na 5%.
- b-4 S. Piłat, K. Pomorski, and A. Staszczak, *New estimate of the pairing coupling constant*, Z. Phys. **A332**, 259-262 (1989). $IF_{1992}=1,428$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 65%.
- b-5 A. Staszczak, S. Piłat, and K. Pomorski, *Influence of the pairing vibrations on spontaneous fission probability*, Nucl. Phys. **A504**, 589-604 (1989). $IF_{1992}=1,936$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 65%.

¹ Współczynniki wpływu (*impact factors*, IF) zgodnie z rokiem opublikowania, w przeciwnym razie podano rok (IF_{rok}).

 Po uzyskaniu stopnia doktora

- c-1 A. Góźdz, A. Staszczak, and K. Zając, *The pseudo- $SU(3)$ symmetry scheme for deformed single-particle levels*, Acta Phys. Polonica B **25**, 665-672 (1994). $IF=0,536$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 45%.
- c-2 Z. Łojewski and A. Staszczak, *Study of the spontaneous fission half-lives in the multidimensional collective space*, Acta Phys. Polonica B **27**, 531-536 (1996). $IF=0,496$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 45%.
- c-3 Z. Łojewski and A. Staszczak, *Role of pairing degrees of freedom and higher multipolarity deformations in spontaneous fission process*, Nucl. Phys. **A657**, 134-157 (1999). $IF=2,088$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 45%.
- c-4 A. Staszczak, *The effective chiral mean-field theory for superheavy nuclei*, Acta Phys. Polonica B **32**, 685-689 (2001). $IF=0,574$
Mój udział procentowy wynosi 100%.
- c-5 A. Staszczak, *Nuclear Mean Field from Chirally symmetric effective theory*, Phys. Atomic Nuclei (Yad. Fiz.) **66**, 1617-1620 (2003). $IF=0,467$
Mój udział procentowy wynosi 100%.
- c-6 A. Baran, J. A. Sheikh, A. Staszczak, and W. Nazarewicz, *Fission quadrupole mass parameters in HF+BCS and HFB method*, Int. J. Mod. Phys. E **18**, 301-304 (2009). $IF=0,643$
Przeprowadziłem testy numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników. Mój udział procentowy szacuję na 15%.
- c-7 J. Dobaczewski, W. Satuła, B. G. Carlsson, J. Engel, P. Olbratowski, P. Powałowski, M. Sadziak, J. Sarich, N. Schunck, A. Staszczak, M. Stoitsov, M. Zalewski, and H. Zduniczuk, *Solution of the Skyrme–Hartree–Fock–Bogolyubov equations in the Cartesian deformed harmonic-oscillator basis. (VI) HFODD (v2.40h): A new version of the program*, Comput. Phys. Commun. **180**, 2361-2391 (2009). $IF=1,958$
Napisałem i przeprowadziłem testy numeryczne procedur rozwiązujących równania BCS w programie HFODD. Mój udział procentowy szacuję na 5%.
- c-8 M. Warda, A. Staszczak, and L. Próchniak, *Comparison of self-consistent Skyrme and Gogny calculations for light Hg isotopes*, Int. J. Mod. Phys. E **19**, 787-793 (2010). $IF=0,695$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 50%.
- c-9 A. Baran, A. Staszczak, and W. Nazarewicz, *Fission half lives of Fermium isotopes within Skyrme Hartree-Fock-Bogoliubov theory*, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 557-564 (2011). $IF=0,597$
Przeprowadziłem rachunki numeryczne, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 65%.
- c-10 N. Schunck, J. Dobaczewski, J. McDonnell, W. Satuła, J. A. Sheikh, A. Staszczak, M. Stoitsov, and P. Toivanen, *Solution of the Skyrme–Hartree–Fock–Bogolyubov equations in the Cartesian deformed harmonic-oscillator basis. (VII) HFODD (v2.49t): A new version of*

the program, Comput. Phys. Commun. **183**, 166-192 (2012). $IF_{2011}=3,268$

Napisałem i przeprowadziłem testy numeryczne procedur rozwiązujących równania HF z wykorzystaniem metody rozszerzonych mnożników Lagrange'a. Mój udział procentowy szacuję na 10%.

- c-11 M. Warda, A. Staszczak, and W. Nazarewicz, *Fission modes of mercury isotopes*, Phys. Rev. C **86**, 024600-1-6 (2012). $IF_{2011}=3,308$

Przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników, napisałem wstępną wersję pracy, wykonałem wszystkie rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 50%.

- c-12 D. Duke, H. Carr, A. Knoll, N. Schunck, Hai Ah Nam, and A. Staszczak, *Visualizing nuclear scission through a multifield extension of topological analysis*, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics **18**, 2033-2040 (2012). $IF_{2011}=2,215$

Dostarczyłem wyniki obliczeń z rozkładami gęstości jądrowej w punktach rozerwania, wykonałem niektóre rysunki. Mój udział procentowy szacuję na 10%.

- c-13 A. Baran and A. Staszczak, *Stability of superheavy elements in Skyrme HFB approach*, Acta Phys. Polonica B **44**, 283-286 (2013). $IF_{2011}=0,901$

Przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników. Mój udział procentowy szacuję na 70%.

- c-14 L. Próchniak and A. Staszczak, *Superdeformed oblate superheavy nuclei in the self-consistent approach*, Acta Phys. Polonica B **44**, 287-292 (2013). $IF_{2011}=0,901$

Przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników. Mój udział procentowy szacuję na 50%.

- c-15 A. Baran and A. Staszczak, *Rotational 2^+ states of superheavy elements in Skyrme HFB model*, Phys. Scr. **T154**, 014027 (3pp) (2013), $IF_{2011}=1,204$.

Przeprowadziłem rachunki numeryczne w modelu SkM*-HFB, dokonałem interpretacji uzyskanych wyników. Mój udział procentowy szacuję na 40%.

F.2. Wynalazki oraz wzory użytkowe i przemysłowe, które uzyskały ochronę i zostały wystawione na międzynarodowych lub krajowych wystawach lub targach

Brak

F.3. Monografie, publikacje naukowe w czasopismach międzynarodowych lub krajowych innych niż znajdujące się w bazie JCR, o której mowa w pkt F.1

Przed uzyskaniem stopnia doktora

- d-1 A. Staszczak and A. Baran, *Influence of the pairing vibrations on the fission mode*, Proceed. of the 17th Mikolajki Summer School on Nuclear Physics, ed. Z. Wilhelmi, G. Szeffińska, M. Kicińska-Habior, UW Warszawa, 1985, pp. 306-312.

Mój udział procentowy szacuję na 60%.

- d-2 A. Baran and A. Staszczak, *Path integrals approach to spontaneous fission*, Annales Univ. MCS, Sectio AAA, **XL/XLI** 25-38, (1985/1986).

Mój udział procentowy szacuję na 60%.

- d-3 A. Baran, Z. Łojewski, and A. Staszczak, *Path integrals in spontaneous fission*, Proceed. of the XXI Winter School on Physics, ed. R. Broda, Z. Stachura, UJ Krakow, 1986, part

- 1, pp. 350.
Mój udział procentowy szacuję na 60%.
- d-4 S. Piłat and A. Staszczak, *The pairing interactions strength for the case of particle number projection*, Proceed. of the XXIII Zakopane School on Physics, ed. R. Broda, Z. Stachura, UJ Krakow, 1988, pp. 327.
Mój udział procentowy szacuję na 50%.
- d-5 S. Piłat, K. Pomorski, and A. Staszczak, *Coupling of the pairing vibrations with the fission mode*, 50 Years with Nuclear Fission, vol. 2, ed. J. W. Behrens, A. D. Carlson, American Nuclear Society, Gaithersburg MD, 1989, pp. 637-642.
Mój udział procentowy szacuję na 70%.

Po uzyskaniu stopnia doktora

- e-1 Z. Łojewski and A. Staszczak, *Spontaneous fission half-lives of the heaviest nuclei calculated with Woods-Saxon potential*, Annales Univ. MCS, Sectio AAA, **L/LI**, 137-157, (1995/1996).
Mój udział procentowy szacuję na 50%.
- e-2 A. Staszczak and Z. Łojewski, *Influence of different collective coordinates on spontaneous fission process in Fm isotopes*, Proceed. of the International Workshop XXIV on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, Austria 15-20 January 1996, ed. H. Feldmeier, J. Knoll, W. Nörenberg, GSI Darmstadt 1996, pp. 98-104, ([nucl-th/9603032](#)).
Mój udział procentowy szacuję na 60%.
- e-3 A. Staszczak, Z. Łojewski, A. Baran, B. Nerlo-Pomorska, and K. Pomorski, *Stability of the heaviest nuclei on spontaneous-fission and alpha-decay*, Proceed. of an Third International Conference on Dynamical Aspects of Nuclear Fission, Častá-Papernička, Slovak Republic 1996, ed. J. Kliman, B. I. Pustyl'nik, JINR Dubna 1996, pp. 22-33, ([nucl-th/9609065](#)).
Mój udział procentowy szacuję na 60%.
- e-4 A. Staszczak, *Efektywne teorie pola a hierarchiczny mikroświat*, Przestrzeń we współczesnej nauce, pod red. W. A. Kamińskiego, G. Nowaka, S. Symotiuka, Wyd. Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Zamościu, Zamość 2003, s. 121-134, (ISBN 83-88367-58-7).
Mój udział procentowy szacuję na 100%.
- e-5 A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Self-consistent study of fission barriers of even-even superheavy nuclei*, ed. H. Goutte, H. Faust, G. Fioni, D. Goutte, AIP Conference Proceedings **798**, 2005, pp. 93-100.
Mój udział procentowy szacuję na 85%.
- e-6 A. Baran, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and A. Staszczak, *Superheavy nuclei within the Skyrme-Hartree-Fock*, [Nuclear Physics in Poland 1996-2006](#), ed. R. Broda, J. Dobaczewski, J. Jastrzębski (Chair), M. Palacz, J. Styczeń, PNP, Warszawa, 2007, pp. 129-130.
Mój udział procentowy szacuję na 85%.
- e-7 M. Stoitsov, J. Moré, W. Nazarewicz, J. C. Pei, J. Sarich, N. Schunck, A. Staszczak, and S. Wild, [Towards the universal nuclear energy density functional](#), SciDAC 2009, JOP Publishing: Conf. Series 180, 012082-1-5 (2009).
Mój udział procentowy szacuję na 5%.
- e-8 W. Nazarewicz, L. Cardman, M. Ramsey-Musolf, R. Tribble, M. Wiescher, W. Zajc, J. Carlson, G. Cates, J. Hardy, K. Heeger, R. D. McKeown, R. Lacey, Zheng-Tian Lu,

G. Savard, M. Smith, and A. Staszczak, *Nuclear Physics Highlights 2008-2009*, U.S. Department of Energy, Office of Science (2009).

Mój udział procentowy szacuję na 5%.

- e-9 N. Schunck, A. Baran, M. Kortelainen, J. McDonnell, J. Moré, W. Nazarewicz, J. Pei, J. Sarich, J. A. Sheikh, A. Staszczak, M. Stoitsov, and S. Wild, *Computing of heavy elements*, in Proc. SciDAC 2011, 10 pp., Denver, CO, July 10-14, 2011.

Mój udział procentowy szacuję na 5%.

F.4. Opracowania zbiorowe, katalogi zbiorów, dokumentacja prac badawczych, ekspertyz, utworów i dzieł artystycznych

Brak

F.5. Sumaryczny *impact factor* według listy Journal Citation Reports (JCR), zgodnie z rokiem opublikowania

Mój dorobek naukowy obejmuje łącznie 45 publikacji (wymienionych w pkt D.2, F.1, F.3), z których 31 ukazało się w czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports (JCR). Spośród tych 31 publikacji 5 ukazało się przed uzyskaniem stopnia naukowego doktora, a pozostałych 26 po uzyskaniu stopnia naukowego doktora. Spośród 29 publikacji z bazy JCR z moim współautorstwem, w 11 jestem pierwszym współautorem, a w 10 jestem drugim współautorem. W przypadku 2 prac z bazy JCR jestem jedynym autorem.

Sumaryczny *impact factor* wynosi: 46,671.

F.6. Liczba cytowań publikacji według bazy Web of Science

Łączna liczba cytowań publikacji: 238 i 185 bez autocytowań.

F.7. Indeks Hirscha według bazy Web of Science

Indeks Hirscha h: 9.

F.8. Kierowanie międzynarodowymi i krajowymi projektami badawczymi oraz udział w takich projektach

1. „*Chiralny model średniego pola do badania stabilności najcięższych jąder atomowych*”, (2000-2001) 2 P03B 021 19, projekt finansowany przez Komitet Badań Naukowych (**kierownik projektu**).
2. „*Synteza i rozszczepienie egzotycznych jąder atomowych*”, (1997-1999) 2 P03B 011 12, projekt finansowany przez Komitet Badań Naukowych (**wykonawca**).
3. „*Własności ciężkich i superciężkich jąder atomowych w opisach samozgodnych i w modelach makroskopowo-mikroskopowych*”, (2006-2008) N202 179 31/3920, projekt finansowany przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego (**wykonawca**).
4. „*Theoretical description of fission process*”, project supported by the U.S. Department of Energy under Contract Nos. (2003-2008) DE-FG03-03NA0083, (2009-2012) DE-FG52-09NA29461 (the Stewardship Science Academic Alliances program) and DE-AC07-05ID14517 (NEUP grant sub award 00091100) (**wykonawca**),
<http://www.phys.utk.edu/witek/fission/fission.html>.

5. „Specyficzne typy rozszczepienia oraz egzotyczne struktury ciężkich i superciężkich jąder atomowych”, (2009-2011) N N202 231137, projekt finansowany przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego (**wykonawca**), <http://kft.umcs.lublin.pl/en/>.
6. „Struktura i rozpady najcięższych jąder atomowych w modelach EDF”, (2012-2013) DEC-2011/01/B/ST2/03667, projekt finansowany przez Narodowe Centrum Nauki (**wykonawca**), <http://kft.umcs.lublin.pl/edf/>.

F.9. Międzynarodowe i krajowe nagrody za działalność naukową albo artystyczną

Brak

F.10. Wygłoszenie referatów na międzynarodowych i krajowych konferencjach tematycznych

Referaty, które wygłosiłem na konferencjach zagranicznych:

1. A. Staszczak, Z. Łojewski, A. Baran, B. Nerlo-Pomorska, and K. Pomorski, *Stability of the heaviest nuclei on spontaneous-fission and alpha-decay*, Third International Conference on Dynamical Aspects of Nuclear Fission, Častá-Papernička, Slovak Republic, Aug. 30-Sept. 4, 1996.
2. P. Borycki, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, A. Staszczak, and M. Stoitsov, *Theoretical description of the fission process*, 2004 Stewardship Science Academic Alliances (SSAA) Program Symposium Abstracts CD, March 29-31, Albuquerque, USA.
3. A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Self-consistent study of fission barriers of even-even superheavy nuclei*, The 3rd International Workshop on Nuclear Fission and Fission-Product Spectroscopy, Cadarache, France, 11-14 May, 2005.
4. A. Staszczak, *Skyrme-Hartree-Fock approach to superheavy nuclei with density dependent delta interaction*, EXON2006, International Symposium on Exotic Nuclei, Khanty-Mansiysk, Russia, 17-22 July, 2006.
5. A. Staszczak, *Bimodal fission in the SHF+BCS approach*, International Workshop Joint JUSTIPEN-LACM Meeting, Oak Ridge, TN, USA, March 5-8, 2007.
6. A. Staszczak, *Bimodal fission*, Fourth International Conference on Fission and Properties of Neutron-Rich Nuclei, Sanibel Island, FL, USA, Nov. 11-17, 2007.
7. A. Staszczak, *Below-barrier paths: multi-modal fission and doughnut nuclei*, FIDIPRO-UNEDF collaboration meeting on nuclear energy-density-functional methods, Jyväskylä, Finland, Oct. 9-11, 2008.
8. A. Staszczak, *Multi-modal fission of heavy and super-heavy nuclei*, The 3rd LACM-EFES-JUSTIPEN Workshop, Oak Ridge, TN, USA, Feb. 23-25, 2009.
9. A. Staszczak, *Prolate-oblate oscillation between the ground states of even-even SHE*, The 11th International Conference on Nucleus-Nucleus Collisions, San Antonio, TX, USA, May 27-June 1, 2012.

Referaty, które wygłosiłem na międzynarodowych konferencjach w kraju:

1. A. Staszczak, *The effective chiral mean-field theory for superheavy nuclei*, XXXV Zakopane School of Physics, Zakopane, Poland, Sept. 5-13, 2000.

2. A. Staszczak, *Chirally symmetric effective field theory for nuclei*, 10th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 26-29, 2003.
3. A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Skyrme-Hartree-Fock calculations of fission barriers of the heaviest and superheavy nuclei*, 11th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 23-26, 2004.
4. A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Fission barriers of superheavy nuclei in Skyrme-Hartree-Fock model*, 12th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 21-25, 2005.
5. A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Bimodal fission in Skyrme-Hartree-Fock approach*, XLI Zakopane Conference on Nuclear Physics, Zakopane, Poland, Sept. 4-10, 2006.
6. A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Pairing properties of superheavy nuclei*, 13th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 27-Oct. 1, 2006.
7. A. Staszczak, *Fission barriers in Skyrme-HFB approach*, 14th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 26-30, 2007.
8. A. Staszczak, C. Y. Wong, *Toroidal SHE in Skyrme-Hartree-Fock approach*, XLIII Zakopane Conference on Nuclear Physics, Zakopane, Poland, Sept. 1-7, 2008.
9. A. Staszczak, *Multimodal fission*, 15th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 24-28, 2008.
10. A. Staszczak, A. Baran, and W. Nazarewicz, *Spontaneous fission half-lives of fermium isotopes in the Skyrme-HFB theory*, 16th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 23-27, 2009.
11. A. Staszczak and L. Próchniak, *Prolate-oblate oscillation between the ground states of even-even SHE (shape phase transitions)*, 19th Nuclear Physics Workshop “Marie & Pierre Curie”, Kazimierz Dolny, Poland, Sept. 26-30, 2012.

Wykłady na zaproszenie:

1. A. Staszczak, *Spontaneous fission half-lives of fermium isotopes in the Skyrme-HFB theory*, Nuclear Physics Seminar, University of Tennessee, Knoxville, TN, USA, August 30, 2010.
2. A. Staszczak, *Stabilność i własności superciężkich jąder atomowych w modelu średniego pola z funkcjonalem gęstości Skyrme’a*, Seminarium Fizyka Jądra Atomowego, UW, Warszawa, 25 kwietnia, 2013.

G. Dorobek dydaktyczny i popularyzatorski oraz informacja o współpracy międzynarodowej

G.1. Uczestnictwo w programach europejskich oraz innych programach międzynarodowych i krajowych

Brak

G.2. Aktywny udział w międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych

Komunikaty opublikowane w materiałach konferencyjnych przed uzyskaniem stopnia doktora:

- f-1 W. A. Kamiński and A. Staszczak, *Effektywnyje wzaimodiejstwija w jadernoj oboloczkje $1f_{7/2}$* , Tezisy Dokladow XXXI Sowieszcz. po Jad. Spektroskopii i Strukturnie Atomnowo Jadra, Samarkand 1981, p. 229.
- f-2 W. A. Kamiński and A. Staszczak, *Jądrowe i kulombowskie dwuciałowe oddziaływania efektywne w powłoce $1f_{7/2}$* , Materiały XXVIII Zjazdu Fizyków Polskich, Gdańsk 1984, p. 231.
- f-3 W. A. Kamiński and A. Staszczak, *Jadernyje i kulonowskije efektiwnyje wzaimodiejstwija w oboloczkje $1f_{7/2}$* , Tezisy Dokladow XXXV Sowieszcz. po Jad. Spektroskopii i Strukturnie Atomnowo Jadra, Leningrad 1985, p. 538.
- f-4 A. Baran and A. Staszczak, *Stochastyczny opis procesu rozszczepienia jąder atomowych*, Materiały XXIX Zjazdu Fizyków Polskich, Łódź 1987, str. 90.
- f-5 S. Piłat, K. Pomorski, and A. Staszczak, *Study of influence of pairing vibrations on spontaneous fission probability*, International Conference on Fifty Years Research in Nuclear Fission, HMI-B 464, Berlin, 1989, p. 1.

Komunikaty opublikowane w materiałach konferencyjnych po uzyskaniu stopnia doktora:

- g-1 A. Staszczak, *Efektywny chiralny model średniego pola a stabilność transaktynowców*, XXXVI Zjazd Fizyków Polskich, Streszczenie referatów i plakatów, Toruń 2001, str. 71.
- g-2 A. Staszczak, *Nuclear mean-field from chirally symmetric effective theory*, Abstracts of the VII International School-Seminar on Heavy Ion Physics, Dubna 2002, p. 65.
- g-3 A. Staszczak, *Bimodal fission*, Nuclear Physics, Gordon Research Conferences, Salve Regina University, Newport, USA, July 15-20, 2007.

G.3. Udział w komitetach organizacyjnych międzynarodowych i krajowych konferencji naukowych

Sekretarz naukowy następujących konferencji:

1. VI Warsztaty Fizyki Jądrowej, „Teoria jądra atomowego na przełomie wieków”, Kazimierz Dolny, 23-26 września 1999 r., <http://kft.umcs.lublin.pl/wfj/archive/99/index.html>,
2. VII Warsztaty Fizyki Jądrowej, „Nowe wyzwania w teorii jądra atomu”, Kazimierz Dolny, 21-24 września 2000 r., <http://kft.umcs.lublin.pl/wfj/archive/2000/index.html>,
3. VIII Warsztaty Fizyki Jądrowej, „Synteza i własności jąder dalekich od stabilności”, Kazimierz Dolny, 27-30 września 2001 r., <http://kft.umcs.lublin.pl/wfj/archive/2001/2001.html>,
4. XI Warsztaty Fizyki Jądrowej, „Teoretyczny opis układów femtoskopowych”, Kazimierz Dolny, 26-29 września 2002 r., <http://kft.umcs.lublin.pl/wfj/archive/2002/2002.html>,
5. 10th Nuclear Physics Workshop Marie and Pierre Curie, Kazimierz Dolny, 24-28 września 2003 r., <http://kft.umcs.lublin.pl/wfj/archive/2003/index.html>.

G.4. Otrzymane nagrody i wyróżnienia inne niż wymienione w pkt F.9

Nagroda indywidualna II stopnia Rektora UMCS w 2001 r.

G.5. Udział w konsorcjach i sieciach badawczych

Brak

G.6. Kierowanie projektami realizowanymi we współpracy z naukowcami z innych ośrodków polskich i zagranicznych oraz we współpracy z przedsiębiorcami, innymi niż wymienione w pkt F.8

Brak

G.7. Udział w komitetach redakcyjnych i radach naukowych czasopism

Brak

G.8. Członkostwo w międzynarodowych i krajowych organizacjach oraz towarzystwach naukowych

Polskie Towarzystwo Fizyczne (członek komisji rewizyjnej PTF o. Lublin).

G.9. Osiągnięcia dydaktyczne i w zakresie popularyzacji nauki lub sztuki

W okresie pracy jako nauczyciel akademicki na UMCS prowadziłem obligatoryjne zajęcia
- w ramach studiów licencjackich i magisterskich

- ◇ na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki: *Podstawy fizyki, Repetytorium z matematyki, Podstawy użytkowania komputerów, Technologie informacyjne, Metody matematyczne fizyki, Mechanika teoretyczna, Elementy programowania komputerów, Mechanika kwantowa I, Metody obliczeniowe fizyki, Fizyka statystyczna, Mechanika kwantowa II, Wstęp do zastosowań metod numerycznych w fizyce, Elektrodynamika, Fizyka teoretyczna, Metody komputerowe w fizyce, Pracownia komputerowa, Teoria jądra atomowego, Konwersatorium* prowadzone w ramach Programu ERASMUS, 2012;
- ◇ na Wydziale Chemii: *Fizyka, Technologie informacyjne*;
- ◇ na Wydziale Biologii i Biotechnologii: *Technologie informacyjne*.

Wykłady otwarte:

- ◇ „*Stabilność najcięższych jąder atomowych*”, VIII Spotkania z Fizyką, marzec 1999,
- ◇ „*Symetria chiralna*”, XI Spotkania z Fizyką, marzec 2002.

Artykuły:

- ◇ A. Staszczak, „*VIII Warsztaty Fizyki Jądrowej w Kazimierzu Dolnym*”, Wiad. Uniwersyteckie, 7(84) 2001,
- ◇ A. Staszczak, „*IX Warsztaty Fizyki Jądrowej w Kazimierzu Dolnym*”, Wiad. Uniwersyteckie, 7(94) 2002.

G.10. Opieka naukowa nad studentami i lekarzami w toku specjalizacji

Opieka naukowa nad pracą magisterską przygotowaną przez p. H. Deszczak.

G.11. Opieka naukowa nad doktorantami w charakterze opiekuna naukowego lub promotora pomocniczego

Brak

G.12. Staże w zagranicznych i krajowych ośrodkach naukowych lub akademickich

1. **1991-1992 (6 miesięcy)** postdoctoral position, Institut de Recherches Subatomiques, Strasbourg, Francja.
2. **1997 (1 miesiąc)** konsultacje naukowe, Institut de Recherches Subatomiques, Strasbourg, Francja.
3. **10/2003-09/2004** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.
4. **03/2007-08/2007** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.
5. **02/2008-07/2008** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.
6. **02/2009-07/2009** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.
7. **06/2010-08/2010** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.
8. **07/2011-09/2011** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.
9. **06/2012-08/2012** visiting research assistant professor, Oak Ridge National Laboratory, Physics Division, Oak Ridge, USA.

G.13. Wykonane ekspertyzy lub inne opracowania na zamówienie

Brak

G.14. Udział w zespołach eksperckich i konkursowych

Brak

G.15. Recenzowanie projektów międzynarodowych i krajowych

Brak

G.16. Recenzowanie publikacji w czasopiśmie międzynarodowych i krajowych

Recenzowałem artykuły w Acta Physica Polonica B.

G.17. Inne osiągnięcia, nie wymienione w pkt G.1 - G.16

Publikacje naukowe w e-Print archive arXiv.org

- 1) A. Staszczak and Z. Łojewski, *Some new aspects of bimodal fission in ^{258}Fm isotope*, Report arXiv:[nucl-th/9603033](#), 7 pp., (1996).
- 2) A. Staszczak, *Chirally symmetric effective field theory for nuclei*, Report arXiv:[0907.1930](#), 14 pp., (2009).

A. Staszczak